PROBLEMAS DE VARIABLE ALEATORIA

1. Una variable aleatoria tiene la siguiente función de densidad:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & x<-7 \\ \frac{1}{49}(7+x) & -7\le x\le 0 \\ a(7-x) & 0<x\le 7 \\ 0 & x>7 \end{cases}$$

   a) Calcular a para que la función de densidad esté bien definida.
   b) Calcular la media de la variable aleatoria.

2. Sea x una variable aleatoria contínua cuya función de distribución es:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x\le 0 \\ kx^3 & 0<x\le 2 \\ 1 & x>2 \end{cases}$$

   a) Calcular k para que F(x) sea una verdadera función de distribución.
   b) Calcular P(1/2 < x < 3/2).
   c) Calcular la función de densidad.
   d) Calcular la esperanza y varianza de la variable aleatoria.

3. Una variable aleatoria tiene como función de densidad:

$$f(x)=\begin{cases} 1-mx & 2\le x\le 4 \\ 0 & demas \end{cases}$$

   a) Determinar m para que sea una verdadera función de densidad.
   b) Función de distribución.
   c) Hallar aquel valor de a para que P(x ≤ a)= 1/4.
   d) La media de x.

4. Una variable aleatoria x está definida por:

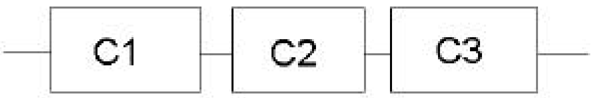
   - en el intervalo (0;2) $f_1(x)= a$
   - en el intervalo (2;4) $f_2(x)= bx$
   - en el intervalo (4;6) $f_3(x)= cx^2$.

   con probabilidad idéntica en cada intervalo y función de densidad nula para los demás intervalos.
   Determinar:
   a) Las funciones de densidad en cada intervalo.
   b) Las funciones de distribución en cada intervalo.
   c) Calcular “d” para que $P(-\infty < x \le d) = ½$

5. Considérese la función:
   $f(x) = k$ si $1< x< 3$
   $f(x) = 0$ en caso contrario

   Calcular:
   a) El valor de k para que la función sea función de densidad.
   b) La función de distribución F(x).
   c) Las representaciones gráficas de f(x) y de F(x).
   d) $P(x \leq 2,5)$
   e) $P(1,7 < x \leq 2,5)$

6. Un sistema está formado por tres componentes conectados en serie. El sistema falla cuando lo hace cualquiera de los componentes.



Los componentes C1 y C2 tienen tiempos de vida útil T1 y T2 que se distribuyen mediante una función exponencial de media 28000 horas. El componente C3 tiene un tiempo de vida T3 que sigue una N(3000,200). Los tiempos de vida de los tres componentes son variables aleatorias independientes.

La expresión de la función de densidad de una distribución exponencial es

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{media} * e^{-t/media} & t \geq 0 \\ 0 & resto \end{cases}$$

Se pide:

1.-¿Cuál de los tres componentes tiene más probabilidad de durar más de 3000 horas

2.-Calcular la probabilidad de que el sistema dure más de 3000 horas 4.- Si se tienen 12 componentes C1 en un banco de pruebas, cual es la probabilidad de que al menos 2 funcionen correctamente más de 3000 horas?

3.- Para proteger el componente 3 se idea un sistema basado en situar dos componentes C3 en paralelo. De manera que funciona uno de los dos componentes en paralelo y cuando se estropea pasa a funcionar el otro. ¿Cuál será la variable aleatoria que rige el funcionamiento de los dos C3 en paralelo? Calcula la probabilidad de que el sistema de los dos C3 en paralelo resista más de 3000 horas funcionando.

7. 1.-Sean X1, X2, X3 variable aleatorias independientes con distribución Poisson de parámetro 2. Sean las variables:

Y= 2X1 + 3X2 – 5X3
Z tal que E(Z)=2 ; Var(Z)=3

- Calcular: E(Y), Var (Y), E(Y+Z)

8.-Una variable aleatoria mide el precio de los productos vendidos en una tienda en decenas de miles de pesetas.
La función de densidad es

$$f(x) = a * x^{(a-1)} \qquad 0 \le a \le 1 \qquad a > 0$$

Se pide.

1.-Función de distribución
2.-Probabilidad de que el precio de un producto esté entre 0,3 y 0,8
3.-Esperanza y varianza de la variable aleatoria