

## EJERCICIOS DE CONTRASTE DE HIPÓTESIS

1. El Departamento de Mejoramiento de Autopistas, encargado de reparar un tramo de 25 millas de una autopista interestatal, quiere diseñar una superficie que sea estructuralmente eficiente. Las estaciones de control de peso del estado informan que el número medio de remolques pesados que viajan por un segundo de 25 millas de la interestatal es de 72 por hora. Sin embargo, el departamento de ingenieros piensa que el volumen de tráfico de carga pesado en este sector en particular es mayor que el valor medio informado para toda la interestatal. A fin de comprobar la validez de su teoría, el departamento vigila la autopista durante 50 periodos de una hora seleccionados aleatoriamente durante todo el mes. Suponga que la media y la desviación estándar del tráfico de carga pesado para las 50 horas muestreadas son 74,1 y 13,3 respectivamente. ¿Apoyan estos datos la teoría del departamento con un nivel de significación del 10%?. Si el número medio de camiones de carga pesados que viajan por cierto tramo de la autopista interestatal es en realidad de 78 por hora, ¿qué probabilidad hay de que el procedimiento de prueba no detecte esto?. Es decir, ¿qué probabilidad  $\beta$  hay de que no rechacemos la  $H_0: \mu=72$  si en realidad  $\mu$  es 78?

2. Los húmeros de animales de la misma especie tienden a tener aproximadamente las mismas razones longitud/anchura. Cuando se descubren húmeros fósiles, los arqueólogos con frecuencia pueden determinar la especie a la que pertenece el animal examinando las razones longitud/anchura de los huesos. Se sabe que la especie A tiene una razón media de 8,5. Suponga que se desenterraron 41 húmeros fósiles en una excavación del África Oriental, donde se cree que habitó la especie A. Se midieron las razones longitud/anchura de los huesos y se presentan en la siguiente tabla:

10,73	8,89	9,07	9,2	10,33	9,98	9,84	9,59
8,48	8,71	9,57	9,29	9,94	8,07	8,37	6,85
8,52	8,87	6,23	9,41	6,66	9,35	8,86	9,93
8,91	11,77	10,48	10,39	9,39	9,17	9,89	8,17
8,93	8,8	10,02	8,38	11,67	8,3	9,17	12
9,38							

Queremos probar si los huesos desenterrados pertenecen a la especie A con un nivel de significación de un 5%.

3. Los científicos han citado al benceno, un disolvente químico de uso común en la síntesis de plásticos, como un posible agente causante de cáncer. Ciertos estudios han demostrado que las personas que trabajan con benceno durante más de 5 años tienen una incidencia de leucemia 20 veces mayor que la de la población en general. En consecuencia, el gobierno federal estadounidense ha bajado el nivel máximo permisible de benceno en el lugar de trabajo de 10 ppm a 1 ppm. Suponga que una fábrica de artículos de acero, que expone a sus trabajadores diariamente a benceno, está siendo investigada por la Administración de Seguridad y Salud Ocupacionales (OSHA) de EEUU. Se examinan 20 muestras de aire, tomadas durante un periodo de un mes, para determinar el contenido de benceno. Los análisis produjeron las siguientes estadísticas resumidas:

$$\bar{y} = 2,1 \text{ ppm}; \quad s = 1,7 \text{ ppm}$$

¿La fábrica de artículos de acero está violando las nuevas normas del gobierno?. Pruebe la hipótesis de que el nivel medio de benceno en la planta es mayor que 1 ppm, utilizando un nivel de significación del 5%?

4. El empleo de acero intemperizado en la construcción de puentes para autopistas ha sido tema de considerable controversia. Los críticos han citado recientemente problemas de corrosión graves de acero intemperizado y están tratando de convencer a los estados de que prohíban su uso en la construcción de puentes. Por otro lado, las corporaciones acereras aseguran que estas acusaciones son exageradas y dicen que el 95% de todos los puentes de acero intemperizado en operación tienen un buen desempeño, sin daños graves por corrosión. A fin de probar esta afirmación, un equipo de ingenieros y expertos de la industria de acero evaluaron 60 puentes de acero intemperizado seleccionados al azar y encontraron que 54 de ellos exhibían un buen desempeño. ¿Hay pruebas, con  $\alpha=0,05$  de que la verdadera proporción de puentes de autopista de acero intemperizado que presentan un buen desempeño sea menor que 0,95, la cifra citada por las corporaciones acereras?

5. Un supervisor de control de calidad en una enlatadora sabe que la cantidad exacta en cada lata varía, pues hay ciertos factores imposibles de controlar que afectan a la cantidad de llenado. El llenado medio por lata es importante, pero igualmente importante es la variación  $\sigma^2$  de la cantidad de llenado. Si  $\sigma^2$  es grande, algunas latas contendrán muy poco, y otras, demasiado. A fin de estimar la variación del llenado en la enlatadora, el supervisor escoge al azar 10 latas y pesa el contenido de cada una, obteniendo el siguiente pesaje (en onzas):

7,96 7,90 7,98 8,01 7,97 7,96 8,03 8,02 8,04 8,02

Suponga que las agencias reguladoras especifican que la desviación estándar de la cantidad de llenado debe ser menor que 0,1 onzas. ¿Esta información propociona pruebas suficientes de que la desviación estándar de las mediciones de llenado es menor que 0,1 onzas si el nivel de significación queda fijado en un 5%?.

6. Un fabricante de aparatos de TV afirma que se necesita a lo sumo 250 microamperes de corriente para alcanzar cierto grado de brillantez con un tipo de televisor en particular. Una muestra de 20 aparatos de TV produce un promedio muestral de corriente de 257.3 microemperes. Denotemos por  $\mu$  el verdadero promedio de corriente necesaria para alcanzar la brillantez deseada con aparatos de este tipo, y supongamos que  $\mu$  es la media de una población con  $\sigma = 15$ .

Pruebe al nivel de significación del 5% la hipótesis nula de que  $\mu$  es a lo sumo 250 microamperes. Si  $\mu=260$ , ¿cuál es la probabilidad de un error de tipo II?.

7. Muchos consumidores están recurriendo a productos genéricos como una forma de reducir el costo de los medicamentos por prescripción. Un artículo publicado en cierta revista da el resultado de un estudio de 102 médicos. Sólo 47 de estos médicos entrevistados conocía el nombre genérico de la metadona. ¿Proporciona esto fuerte evidencia para concluir que menos de la mitad de todos los médicos conocen el nombre genérico de la metadona?. Realicemos una prueba de hipótesis usando el nivel de significación de un 1%. Calcula el nivel mínimo de significación para el que se rechaza la hipótesis nula.

8. Muchas de las grandes compañías de una ciudad han usado durante años a la Agencia A para examinar a sus posibles empleados. La prueba de selección que se

aplica ha proporcionado puntajes que se distribuyen de una manera normal alrededor de una media de 82 y una desviación estándar de 8. La Agencia B ha desarrollado una nueva prueba es más rápida y fácil de administrar, por lo que es menos costosa. Muchas de las empresas están considerando un cambio de la Agencia A a la B para reducir costos. Sin embargo no desean hacer el cambio si los resultados de la prueba B tienen un valor medio diferente. Una empresa de pruebas independiente probó a 36 posibles empleados. Se obtuvo una media de la muestra igual a 79. Determine el valor  $p$  asociado con esta prueba de hipótesis (suponga  $\sigma = 8$ ).

9. En una conocida prueba de autoimagen que da por resultado puntajes que se distribuyen de manera normal, se espera que el puntaje medio de los beneficiarios de la asistencia pública sea de 65. La prueba se aplica a una muestra aleatoria de 28 beneficiarios de la asistencia pública quienes logran un puntaje medio de 62,1 con una desviación estándar de 5,83. Al nivel de significación del 1%, ¿los beneficiarios de la asistencia pública tienen puntajes menores, en promedio, a los que se esperaban? ¿Cuál es el nivel de significación mínimo para el que se rechaza la hipótesis nula?

10. Las especificaciones de construcción en cierta ciudad requieren que las tuberías de desagüe empleadas en áreas residenciales tengan una resistencia media a la ruptura de más de 2.500 libras por pie lineal. Un fabricante que quisiera proveer a la ciudad de tubos para desagüe ha presentado una licitación junto con la siguiente información adicional: un contratista independiente seleccionó al azar siete secciones de los tubos del fabricante y determinó su resistencia a la ruptura. Los resultados (libras por pie lineal) son los siguientes:

2610	2750	2420	2510	2540	2490	2680
------	------	------	------	------	------	------

¿Hay suficientes pruebas para llegar a la conclusión de que los tubos de desagüe del fabricante cumplen con las especificaciones requeridas? Utilice un nivel de significación de un 10%.

Calcular la probabilidad de cometer un error de tipo II si la resistencia media a la ruptura fuese realmente de 2750 libras por pie lineal.

11. Como parte de la evaluación de una propuesta de diseño hidroeléctrico en el río Tajo en cuanto a su impacto ambiental, ciertos investigadores realizaron trabajos preliminares de los efectos de alteraciones inducidas por el hombre sobre el comportamiento de la población de cabras montesas residentes en la zona. Se registraron las respuestas de 804 cabras a las actividades de exploración, incluidos helicópteros que vuelan a poca altura, aviones de ala fija, movimiento bípedo humano y explosiones ruidosas causadas por las actividades geológicas de perforación. Los investigadores observaron una respuesta severa de huida hacia lugares protegidos por rocas o plantas locales en 265 cabras. Pruebe la hipótesis de que más de un 30% de las cabras montesas residentes presentarán una respuesta severa a las perturbaciones inducidas por el hombre. Utilice  $\alpha = 0,05$ . ¿Cuál sería el nivel de significación mínimo para el que se rechazaría la hipótesis nula?

12. Los bifenilos policlorados (PCB) que se emplean en la fabricación de transformadores y condensadores eléctricos grandes son contaminantes extremadamente peligrosos cuando se liberan al ambiente. La Agencia de Protección Ambiental (EPA) de EEUU está experimentando con un dispositivo nuevo que mide la concentración de

PCB en peces. A fin de comprobar la precisión del nuevo instrumento, se tomaron siete lecturas de PCB con la misma muestra de peces. Los datos (en partes por millón) son:

6,2	5,8	5,7	6,3	5,9	5,8	6,0
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Suponga que la EPA necesita un instrumento que produzca lecturas de PCB con una varianza menos que 0,1. ¿El nuevo instrumento cumple con las especificaciones de la EPA? Pruebe con  $\alpha = 0,05$ .