Up
Next Previous
Nodo Raíz: 6.8 Distribuciones continuas
Siguiente: 6.8.12 La distribuci ón de Snedecor
Previo: 6.8.8 Distribución

6.8.10 Distribución $\mathbf{t}$ de Student

La distribución $\mathbf{t}$-Student se construye como un cociente entre una normal y la raíz de una χ^2 independientes. De modo preciso, llamamos **distribución** *t***-Student con** *n* **grados de libertad**, $\mathbf{t}_n$ a la de una v.a. *T*,

$$\boxed{T = \frac{Z}{\sqrt{\frac{1}{n}\chi^2_n}} \rightsquigarrow \mathbf{t}_n}$$

donde $Z \rightsquigarrow \mathbf{N}(0,1)$, $\chi^2_n \rightsquigarrow \boldsymbol{\chi}^2_n$. Este tipo de distribuciones aparece cuando tenemos *n*+1 v.a. independientes

$$X \rightsquigarrow \mathbf{N}\left(\mu, \sigma^2\right)$$

$$X_i \rightsquigarrow \mathbf{N}\left(\mu_i, \sigma_i^2\right) \qquad i = 1, \ldots, n$$

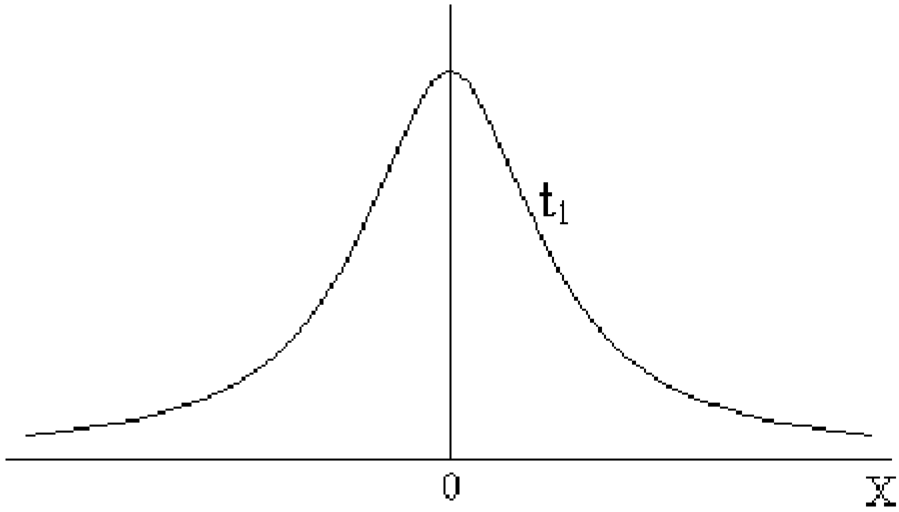
y nos interesa la distribución de

$$T = \frac{\frac{X-\mu}{\sigma}}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\mu_i}{\sigma_i}\right)^2}} \rightsquigarrow \mathbf{t}_n$$

La función de densidad de $t_n \rightsquigarrow \mathbf{t}_n$ es

$$f_T(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{n\pi}}\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} \qquad \forall t \in I\!R$$

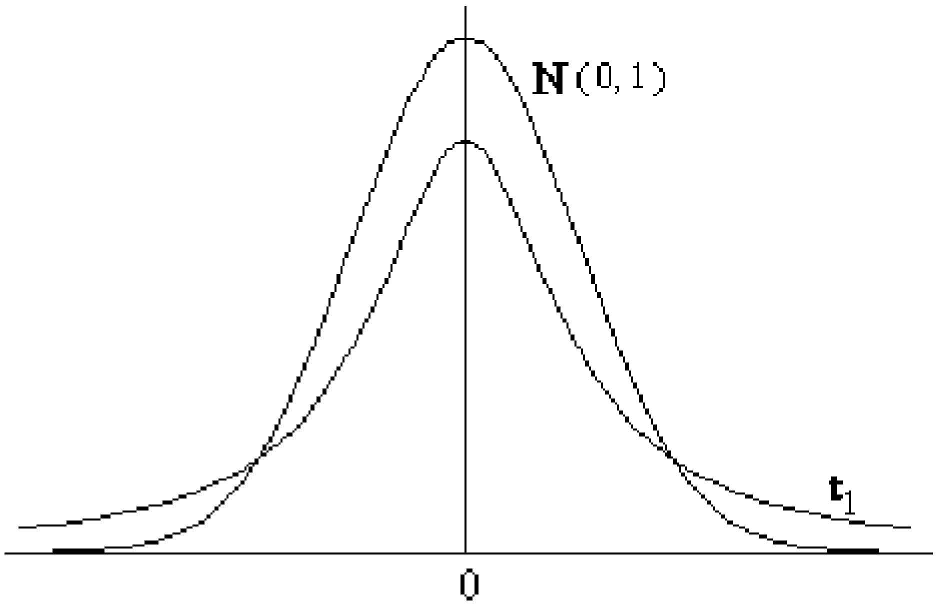
Figura: Función de densidad de una $\mathbf{t}$ de Student



La distribución $\mathbf{t}$ de Student tiene propiedades parecidas a $\mathbf{N}(0,1)$:

- Es de media cero, y simétrica con respecto a la misma;
- Es algo más dispersa que la normal, pero la varianza decrece hasta 1 cuando el número de grados de libertad aumenta;

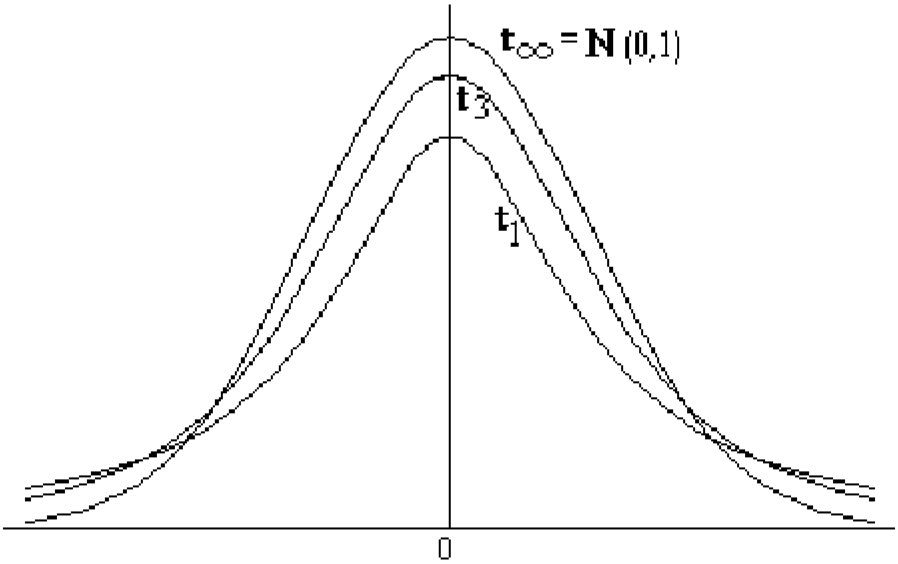
Figura: Comparación entre las funciones de densidad de $\mathbf{t_1}$ y $\mathbf{N}(0,1)$.



- Para un número alto de grados de libertad se puede aproximar la distribución de Student por la normal, es decir,

$$\mathbf{t}_n \xrightarrow{n\to\infty} \mathbf{N}(0,1)$$

Figura: Cuando aumentan los grados de libertad, la distribución de Student se aproxima a la distribución normal tipificada.



- Para calcular

$$\mathcal{P}[T \leq t] = F_T(t) = \int_{-\infty}^{t} f_T(x)\,dx = \int_{-\infty}^{t} \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{n\pi}} \left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} dx$$

  en lugar de considerar una primitiva de esa función y determinar la integral definida, buscaremos el resultado aproximado en una *tabla de la distribución* $\mathbf{t}_n$. Véase la tabla 4, al final del libro.

Next Up Previous

Nodo Raíz: 6.8 Distribuciones continuas
Siguiente: 6.8.12 La distribuci ón de Snedecor
Previo: 6.8.8 Distribución

Éste texto es la versión electrónica del manual de la Universidad de Málaga:
Bioéstadística: M étodos y Aplicaciones
U.D. Bioestadística. Facultad de Medicina. Universidad de Málaga.
ISBN: 847496-653-1