



COMBINATORIA

• Sean m y n dos números enteros no negativos ($m \geq n$) se define el número combinatorio m sobre n como sigue:

$$\binom{m}{n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

Los números combinatorios verifican las dos propiedades siguientes:

$$1) \binom{m}{n} = \binom{m}{m-n}; \quad 2) \binom{m-1}{n-1} + \binom{m-1}{n} = \binom{m}{n}$$

• Sea el conjunto $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ formado por m elementos diferentes. Definimos los siguientes conceptos sobre A :

1. Variaciones de orden n de m elementos: $V_{m,n}$.

Se llama variación de orden n de los m elementos de A a cada elección de n elementos diferentes de A , de manera que dos estas agrupaciones difieran en algún elemento o en el orden de elección de los mismos. El número de variaciones $V_{m,n}$ de orden n que podemos realizar con los m elementos de A es,

$$V_{m,n} = m(m-1)(m-2) \cdots (m-n+1)$$

2. Variaciones con repetición de orden n de m elementos: $RV_{m,n}$.

Se llama variación con repetición de orden n de los m elementos de A a cada elección de n elementos ya sean iguales o diferentes de A , de manera que dos estas agrupaciones difieran en algún elemento o en el orden de elección de los mismos. El número de variaciones con repetición $RV_{m,n}$ de orden n que podemos realizar con los m elementos de A es,

$$RV_{m,n} = m^n$$

3. Permutaciones de m elementos: P_m .

Se llama permutación de los m elementos de A a cada ordenación que podemos dar a dichos elementos. El número de permutaciones P_m que podemos realizar con los m elementos de A es,

$$P_m = m(m-1) \cdots 2 \cdot 1 = m!$$

4. Permutaciones con repetición de m elementos: $P_n^{n_1, n_2, \dots, n_m}$.

Llamamos permutación con repetición de m elementos donde se repiten n_1 veces el elemento a_1 , n_2 veces el a_2 , hasta n_m veces el a_m , con $n_1 + n_2 + \dots + n_m = n$, a cada ordenación que podemos efectuar con los n elementos elegidos. El número de permutaciones con repetición $P_n^{n_1, n_2, \dots, n_m}$ que podemos realizar con los elementos de A es,



$$P_n^{n_1, n_2, \dots, n_m} = \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_m!}$$

5. Combinaciones de orden n de m elementos: $C_{m,n}$

Se llama combinación de orden n de los m elementos de A a cada elección de n elementos diferentes de A , de manera que dos estas agrupaciones difieran en algún elemento. El número de combinaciones $C_{m,n}$ de orden n que podemos realizar con los m elementos de A es,

$$C_{m,n} = \frac{V_{m,n}}{P_n} = \frac{m(m-1)\cdots(m-n+1)}{n!} = \binom{m}{n}$$

6. Combinaciones con repetición de orden n de m elementos: $RC_{m,n}$

Se llama combinación con repetición de orden n de los m elementos de A a cada elección de n elementos ya sean iguales o diferentes de A , de manera que dos estas agrupaciones se consideran iguales si tienen los mismos elementos y además en cada una de ellas se repiten el mismo número de veces. El número de combinaciones con repetición $RC_{m,n}$ de orden n que podemos realizar con los m elementos de A es,

$$RC_{m,n} = C_{m+n-1,n} = \binom{m+n-1}{n}$$