

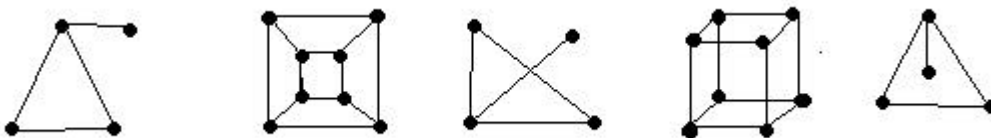
Grafos

1.- En cada una de las 5 torres de Wormtown (W) está encerrada una hija del rey Marschall. Desde la torre de la princesa Dignata (D) no se ve la torre de la princesa Consumata (C) aunque si las otras tres, las princesas Adelata (A), Zebedeá (Z) y Omata (O), que ven sólo otras tres torres. Consumata sólo ve dos torres. El alcalde de W ha de colocar un pendón en cada torre, de modo que cada princesa no vea desde su torre un pendón del mismo color que el de la suya.

Escribe la matriz de adyacencia y el gráfico de un grafo que tenga por vértices las torres, de tal modo que dos vértices estén conectados por una arista cuando desde una torre se pueda ver la otra.

¿Cuántos colores de banderas se necesitarán? ¿Cuántas banderas distintas verá Consumata?

2.- Agrupar entre los siguientes dibujos diagramas los que representen el mismo grafo:

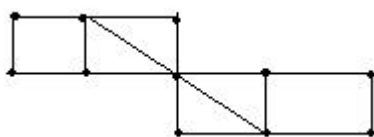


3.- Dibujar un grafo que represente las rutas aéreas diarias de una compañía que ofrece los siguientes vuelos: cuatro vuelos diarios entre Boston y Nueva York, dos entre Nueva York y Miami, uno entre Miami y Madrid, cuatro Madrid-Barcelona, uno Barcelona-Boston, uno Madrid Nueva York y uno Barcelona Nueva York. ¿Qué nos indicaría en este caso el grado de cada vértice?

4.- Determinar el número de vértices para los siguientes grafos:

- G tiene nueve aristas y todos los vértices tienen grado 3.
- G es regular con 15 aristas.
- G tiene 10 aristas con dos vértices de grado 4 y los demás de grado 3.

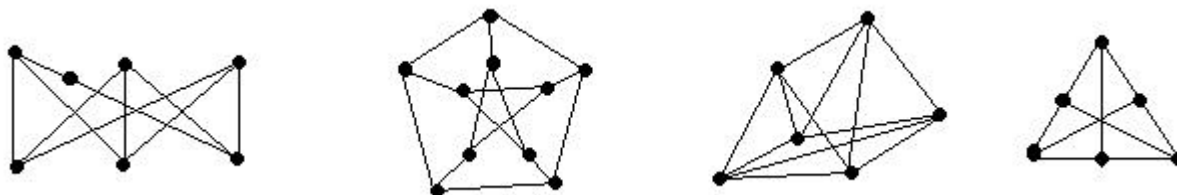
5.- Considérese el grafo representado en la siguiente figura:



¿Es posible realizar un recorrido que pasa exactamente una vez por cada arista?

6.- Demostrar que un árbol que tenga al menos 2 vértices tiene al menos 2 vértices de grado 1.

7.- Decidir si los siguientes grafos son planos:

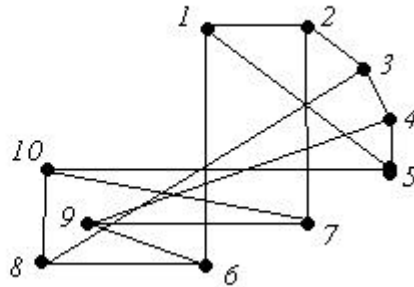
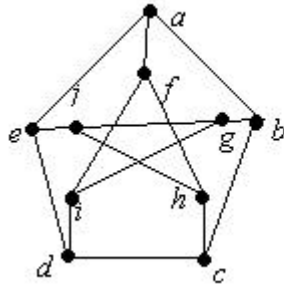




8.- Demostrar, usando inducción, que para cada n existe un grafo plano con n vértices y $3n - 6$ aristas.

9.- ¿Cómo averiguarías si un grafo es simple o es completo conociendo su matriz de adyacencia?

10.- Construye la matriz de adyacencia de los siguientes diagramas de grafo y comprueba que representan el mismo grafo.

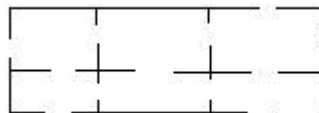


11.- Sea $B=\{0,1\}$ el conjunto de dígitos binarios, y sea $B^3=\{000,001,010,011,100,101,110,111\}$ el conjunto de números binarios de longitud 3. En B^3 establecemos la relación de adyacencia: dos números de B^3 son adyacentes si difieren en un único bit. Representa el grafo de esta relación, la matriz de adyacencia y la lista de incidencia.

12.- a) Si G es un grafo con 25 aristas y el grado de cada vértice es al menos 4, ¿Cuál es el máximo número de vértices que puede tener G ?

b) Si G es un grafo simple (esto es, no existen dos aristas entre el mismo par de vértices) con 52 aristas, ¿cuál es el menor número de vértices que puede tener G ?

13.- En la casa de la figura, ¿es posible entrar y salir recorriendo todas las habitaciones de modo que cada puerta se use exactamente una vez?



14.- Obtener las listas de incidencia y de adyacencia, y la matriz de adyacencia de los siguientes grafos.

