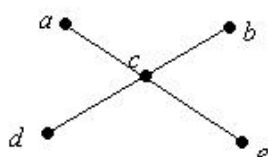


CONJUNTOS ORDENADOS

1.- Sean el conjunto $A=\{a,b,c,d,e\}$ y la relación $R=\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(a,c),(b,c),(d,e)\}$ en A . Comprobar que es una relación de orden y dar su diagrama de Hasse. Determinar sus elementos maximales y minimales. ¿Tiene A máximo y mínimo?

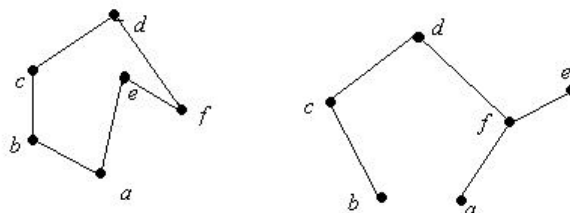
2.- Sea el conjunto $A=\{a,b,c,d,e\}$ con el orden dado por el diagrama de Hasse:



De los siguientes subconjuntos de A decir cuáles son cadenas y cuáles no: $\{a,c,d\}$, $\{b,d\}$, $\{a,b,c\}$, $\{b,c,e\}$, $\{d,e\}$.

3.- En $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ se dan dos relaciones de orden, según los diagramas adjuntos. Se pide:

- Elementos notables para el conjunto $H=\{b,c,d,e\}$ según ambas relaciones.
- Cotas inferiores y superiores de $K=\{a,f\}$.



c) 4.- Se considera el conjunto $X \subset (\mathbf{R}, \leq)$, definido por $X=\{x \in \mathbf{R} / x^2 \geq 25\}$. Se pide:

- ¿Está el conjunto X acotado?
- ¿Existe máximo y mínimo de X ?
- ¿Existe $\sup X$ e $\inf X$?

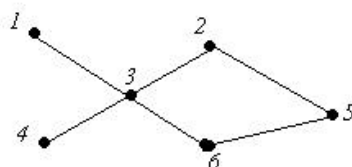
5.- Se considera el conjunto \mathbf{N} con la ordenación dada por $a < b \Leftrightarrow a \mid b$. Sea A el conjunto dado por $\{2,5,6,4,8\}$. Se pide:

- Representar mediante un diagrama de Hasse el orden inducido sobre A .
- Hallar máximo, mínimo, supremo e ínfimo de A .
- Elementos maximales y minimales de A .

6.- Dada la siguiente matriz de una relación R en un conjunto A . Hallar el diagrama de Hasse y un orden total que lo contenga.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

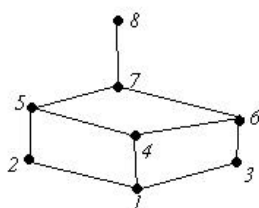
7.- Sea $A=\{1,2,3,4,5,6\}$ con el orden dado por el diagrama de Hasse: Encontrar todas las cadenas de A



que contengan al menos tres elementos.

8.- De los siguientes subconjuntos de \mathbb{N} decir cuáles son totalmente ordenados y cuáles no (considerando la relación de divisibilidad): $\{24,2,6\}, \{3,15,5\}, \{2,8,32,4\}, \{2,4,6,8\}, \{5\}$

9.- Dado el orden parcial del siguiente diagrama de Hasse, obtener todos los órdenes totales que lo contengan.



10.- (Orden lexicográfico) Sean $(A, <_A)$ y $(B, <_B)$ conjuntos ordenados. En el producto cartesiano $A \times B$ definimos la siguiente relación $<_{lex}$:

$$(a,b) <_{lex} (a',b') \Leftrightarrow (a <_A a' \text{ y } a <_A a') \text{ ó } (a = a' \text{ y } b <_B b')$$

Demostrar que $<_{lex}$ es una relación de orden. ¿Es $<_{lex}$ un orden total o parcial?

Sea (A, \leq) el conjunto ordenado, donde $A=\{1,2,3,4,5\}$ y \leq es el orden natural, dar el diagrama de Hasse

de $(A \times A, <_{lex})$. (Nota: obsérvese que esta es la forma de ordenar las palabras en el diccionario).

11.- Comprobar que el conjunto $(\{0,1\}, \vee, \wedge)$, donde \vee y \wedge son las operaciones disyunción y conjunción, es un retículo. Dar el orden en $\{0,1\}$.

12.- (Orden producto) Sean $(A, <_A)$ y $(B, <_B)$ conjuntos ordenados. En el producto cartesiano $A \times B$ definimos la siguiente relación $<_{A \times B}$:

$$(a,b) <_{A \times B} (a',b') \Leftrightarrow a <_A a' \text{ y } b <_B b'$$

Demostrar que $<_{A \times B}$ es una relación de orden. Construir el diagrama de Hasse de $\{0,1\} \times \{0,1\}$ con el orden producto (ver ejercicio 11).

13.- Comprobar que los siguientes conjuntos ordenados son retículos:

- El conjunto $(\mathbb{N}, |)$ de los números naturales con el orden "divide a".
- El conjunto $(\wp(A), \subseteq)$ de las partes de un conjunto A con la inclusión.

14.- Dado el orden parcial del siguiente diagrama de Hasse, obtener un orden total que lo contenga.





3

¿Cuántos pueden obtenerse?