



RELACIONES BINARIAS Y CONTEO

Alumno:

Grupo:

Nota: La respuesta a los ejercicios debe aparecer, en estas mismas hojas, en los espacios que hay a continuación del enunciado de cada ejercicio. Todas las respuestas deben estar debidamente explicadas y justificadas. Si se precisa de más espacio para las explicaciones añadir hojas al final.

1.- Se disponen cuatro sillas con los números 1, 2, 3, y 4 alrededor de una mesa circular dejando el mismo espacio entre dos cualesquiera de ellas. Un esquema para sentar a cuatro personas A, B, C y D puede describirse como una tabla de la forma

1	2	3	4
C	A	B	D

Que significa que C ocupa la silla 1, A la 2, etc. Dos esquemas están relacionados (por la relación R) si puede obtenerse uno a partir del otro moviendo a todo el mundo el mismo número de posiciones hacia la derecha.

a) ¿Cuál es el número total de esquemas?

b) Demostrar que R es una relación de equivalencia.

c) Hallar el número de clases de equivalencia y dar una representación de cada una de ellas.



2.- Considérese el conjunto A de todas las cadenas de nueve bits (por ejemplo 001100101, 100011011 y 001000101 son tres elementos de A). Se pide:

a) ¿Cuántos elementos tiene A ?

b) En el conjunto A se establece la siguiente relación R : si a, b son cadenas de 9 bits
 $a R b$ si y sólo si los dos primeros y los dos últimos bits de a y de b coinciden.
Demostrar que R es una relación de equivalencia.

c) ¿Cuántos elementos tiene cada clase de equivalencia de la relación R ?

d) ¿Cuántas clases de equivalencia tiene la relación R ?

e) Dar un representante de cada clase de equivalencia.

f) En los lenguajes de programación, es usual que sólo cierto número de dígitos de los nombres de las variables y los términos especiales (desde el punto de vista técnico se llaman identificadores) son significativos. Por ejemplo, en el lenguaje de programación C, sólo los 31 primeros caracteres de los identificadores son significativos. Esto quiere decir que si los identificadores comienzan con los mismos 31 caracteres, el sistema puede considerarlos idénticos.

Si definimos una relación R sobre el conjunto de identificadores en C de forma que dos identificadores están relacionados si y sólo si coinciden sus 31 primeros caracteres, entonces R es una relación de equivalencia. Una clase de equivalencia consta de los identificadores que el sistema puede considerar idénticos.

¿Cuántos identificadores distintos considera el sistema?



3.- Sean N objetos a_1, a_2, \dots, a_N ($3 < N < 20$), todos de distinto peso. Supongamos que mediante mediciones se han establecido ciertas relaciones de peso entre estos N objetos. Para i y j números naturales entre 1 y N , con el par (i,j) se indicará que el objeto a_i es más liviano que el objeto a_j . Trabajemos por ejemplo, con $N = 10$, y los pares $(5,1), (5,3), (5,9), (1,4), (4,6), (3,10), (9,7), (7,2), (10,6), (3,8)$ indican:

- el objeto a_5 es más liviano que el a_1 y el a_3
- a_1 es más liviano que a_4
- a_4 es más liviano que a_6 , etc.

Se pide:

- a) Verificar que la relación “ser más liviano que” entre los objetos $\{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$ es una relación de orden y dar el diagrama de Hasse de dicha relación teniendo en cuenta los pares anteriores.
- b) Encontrar un orden total para los 10 objetos tal que cada objeto preceda a todos los más pesados según las relaciones dadas. ¿Es único este orden?

