DIAGONALIZACIÓN Y FORMA CANÓNICA

1.- Demostrar que la aplicación lineal $f:\mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ dada por

$$f(x,y,z)=(x+z,2y+z,-x+3z)$$

no es diagonalizable.

2.- Obtener los autovalores y autovectores, y diagonalizar, en los casos que sea posible, la matriz de los endomorfismo f de $\mathbf{R}^3$ cuya matriz asociada respecto a la base canónica es :

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix};\ \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix};\ \text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix};\ \text{d) } \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix};\ \text{e) } \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 3 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

3.- Hallar según los valores de los parámetros a, b la forma canónica de Jordan de la siguiente matriz:

$$\begin{pmatrix} -1 & a & 0 \\ 0 & -1 & b \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

4.- Reducir la matriz $A=\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ a su forma canónica de Jordan y dar la matriz del cambio de base.

5.- Considérese la siguiente matriz asociada a un endomorfismo de R^3 . Se pide:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 15 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcular los autovalores de A y sus multiplicidades algebraica y geométrica.
b) Decidir si A es diagonalizable.
c) Determinar la forma canónica de Jordan de A.
d) Dar una base de cada uno de los autoespacios asociados a A.

6.- Calcular la forma canónica de Jordan y la matriz del cambio de base de las siguientes matrices:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 15 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

7.- De una matriz cuadrada A de tamaño 9×9 se sabe que tiene a $\lambda = 2$ como autovalor con multiplicidad algebraica 5, $\lambda = -4$ como autovalor con multiplicidad algebraica 3 y $\lambda = 1$ como autovalor con multiplicidad simple. Se sabe además que:

$$\text{rang}\,(A-2I)=7,\ \text{rang}\,(A-2I)^2=5,\ \text{rang}\,(A-2I)^3=4$$
$$\text{rang}\,(A+4I)=8,\ \text{rang}\,(A+4I)^2=7,\ \text{rang}\,(A+4I)^3=6$$

Hallar las cajas de la forma canónica de Jordan de la matriz *A*.

8.- Si la forma canónica de Jordan de una matriz 6×6 es

$$J = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

¿cuáles son los autovalores del endomorfismo asociado? ¿cuáles son las multiplicidades algebraica y geométrica de estos?

9.- Hallar la forma canónica de Jordan y la matriz del cambio de base de la matriz siguiente:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & -6 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & -4 & 0 & 5 & 8 \\ 0 & 2 & 0 & -2 & -3 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$