DIIN

Asignatura:	***MA4119 Métodos Matemáticos***				
Cuatrimestre:	**1º**	Examen:	**Final**	Convocatoria: **Ordinaria**	
Grupo:	**4INT1**	Curso:	**2003/04**	Fecha: **30/I/04**	

TODAS LAS RESPUESTAS TIENEN QUE ESTAR DEBIDAMENTE EXPLICADAS Y JUSTIFICADAS.

1.- a) (1 punto) Dar el n-ésimo polinomio de Taylor $P_n(x)$ de $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$ en torno al 0.

Determinar el menor valor de *n* para aproximar $\dfrac{1}{0{,}5}$ con un error menor de 10^{-6} evaluando $P_n(x)$.

b) (0'5 puntos) Determinar una función de punto fijo $g(x)$ de modo que la iteración de punto fijo $x_0, x_{n+1} = g(x_n)$ converja a una raiz de la ecuación $3x^2 - e^x = 0$ para cualquier $x_0 \in [0,1]$.

c) (0'5 puntos) Usando exclusivamente la regla de Descartes, decidir si el polinomio $x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$ tiene alguna raiz positiva y alguna raiz negativa.

d) (1 punto) La ecución que rige la intensidad de la corriente en un circuito eléctrico "LRC" cuando el sistema no está sometido a ningún potencial es:

$$L\frac{d^2 I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} = 0$$

donde L es la reactancia, R es la resistencia y C la capacidad del circuito. Tomando *L* = 0'4 H, *R* = 300 Ω, *C* = 0'001 F y considerando que en el instante inicial (*t* = 0) la intensidad es de 3 A y su derivada, es decir la carga eléctrica Q, es de 0'5 A/s.ºC.

Convertir el problema en un sistema de dos ecuaciones de primer orden, cuyas variables dependientes sean la intensidad I y la carga eléctrica Q. Dar la fórmula de iteración que utilizarías en este caso para aproximar un cierto valor de la solución por el método de Euler

2.- (1 puntos) Un automóvil realiza un recorrido por una carretera recta y se cronometra su recorrido en varios puntos. Los datos recabados de las observaciones se incluyen en la tabla adjunta, donde el tiempo se mide en segundos, la distancia en metros y la velocidad en metros por segundo.

Tiempo	0	3	5	8	13
Distancia	0	67	115	187	298

Usar interpolación para predecir la posición del automóvil a los 10 segundos.

3.- (2 punto) a) Dados N puntos $(x_1, y_1), \ldots, (x_N, y_N)$ con abcisas distintas. Demostrar, utilizando el concepto de mínimos cuadrados, que el coeficiente k de una recta óptima en mínimos cuadrados del tipo $y = k \cdot x$ viene dado por $k = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{N} x_i^{\ 2}}$.

b) Un experimento para determinar la constante k de un resorte consiste en aplicar a éste diferentes fuerzas y medir las respectivas longitudes, para posteriormente ajustar por mínimos cuadrados los datos obtenidos a la ley de Hooke $F(l) = k(l - E)$, donde $F(l)$ es la fuerza necesaria para alargar el resorte l unidades y E es la longitud del resorte sin estirar. Para un resorte con constante E = 13,46cm se han obtenido los siguientes datos

$F(l)$	1	2	3
l	17,7	23,8	31,2

donde $F(l)$ se mide en Kg y l se mide en cm. Obtener mediante mínimos cuadrados una aproximación para la constante k.

4.- (2 puntos) *La integral coseno de Fresnel* aparece en Óptica en estudios de difracción y viene dada por

$$F(x) = \int_0^x \cos(t^2)dt \text{ , para } 0 \leq x \leq p / 2.$$

a) Calcular con n = 4 (es decir, $h = p / 8$) valores aproximados de $F(p / 2)$ utilizando primero *la regla del trapecio* y luego *la regla de Simpson*.

b) Estimar el número de puntos (es decir, el n) que hay que tomar en en el intervalo $[0, p / 2]$ para que calculando *por la regla de trapecio* la integral del apartado anterior el error cometido sea inferior a 10^{-2}. Tener en cuenta que el error cometido al aproximar $\int_a^b f(x)dx$ mediante la regla de los trapecios es $e_h = -\dfrac{h^2}{12}(b-a) f''(x)$ para algún $x \in [a, b]$.

5.- (2 puntos) Considérese el siguiente archivo Matlab de funcion

```
function A=cal(m,n)        (1)
p=m*n;                   (2)
v=ones(1,p-1);           (3)
for k=n:n:p-1            (4)
   v(k)=0;               (5)
end                      (6)
w=ones(1,p-n);           (7)
D1=diag(v,1);            (8)
D2=diag(v,-1);           (9)
D3=diag(w,n);            (10)
D4=diag(w,-n);           (11)
A=4*eye(p)-D1-D2-D3-D4;  (12)
```

Se pide:

a) (1 punto) Comentar cada línea del programa, usando como referencia el número que aparece al lado entre paréntesis.

b) (0’5 puntos) La salida A del programa es una matriz. Determina las dimensiones de A en función de los datos de entrada.

c) (0’5 puntos) Tomando $m = 2$ y $n = 3$, determina la matriz A que te daría el programa.