



## Interpolación polinómica y ajuste

1.- Razonar la certeza o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- El polinomio interpolador en los puntos  $(-1,-1), (7/2, 7/2), (3,3), (17,17)$  es un polinomio de grado 3
- El polinomio interpolador de la función  $f(x)=\text{sen}(x)$  en los puntos  $x_0=-\pi$ ,  $x_1=0$  y  $x_2=\pi$ , es idénticamente nulo.

2.- Dados los puntos  $(0,-2), (1,6)$  y  $(3,40)$ . Encontrar el polinomio interpolador de **Lagrange** que pase por ellos.

3.- La siguiente tabla aproxima algunos valores de la función  $f(x)=e^x$ .

$x_k$	0.5	1	2
$y_k$	1.64872	2.71828	7.38906

Efectuar los siguientes cálculos:

- Aproximar  $f(0.25)$  usando interpolación lineal
- Aproximar  $f(0.25)$  utilizando el polinomio interpolador de **Lagrange** de segundo grado con  $x_0=0$ ,  $x_1=1$  y  $x_2=2$ .
- ¿ Cuáles de las aproximaciones son mejores? ¿Por qué?

4.- En la ciudad se han tomado datos sobre su población en los últimos años, obteniéndose la siguiente tabla:

Año	1950	1960	1970	1980	1990
Población	131700	150670	179320	203240	226500

Usar el método de Newton de diferencias divididas para estimar la población en el año 1975 y predecir la población en el año 2000.

5.-El polinomio que interpola tres nodos es

$$P(x) = 22 + 8'4(x - 3'2) + 2'855(x - 3'2)(x - 2'7)$$

Sabiendo que la siguiente tabla contiene las diferencias divididas de dichos nodos, encontrar el polinomio que interpola los tres nodos anteriores anteriores más el nodo  $(4'8, 38'3)$ .

$x_k$	$y_k$	$f[x_k, x_{k+1}]$	$f[x_k, x_{k+1}, x_{k+2}]$
3'2	22'0	8'4	2'855
2'7	17'8	2'118	
1	14'2		

6.- Calcular la recta de mínimos cuadrados asociada a los datos

$x$	6	4	8	5	3.5
$y$	6.5	4.5	7	5	4



7.- Ajustar a una función potencial de la forma  $y = A \cdot x^B$  los datos de la siguiente tabla:

$x_i$	1	2	3	4	5
$y_i$	0.5	1.7	3.4	5.7	8.4

8.- a) Si  $u(x)$  es un polinomio que interpola una función  $f(x)$  en los nodos  $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}$  y  $v(x)$  es otro polinomio que interpola a  $f(x)$  en los nodos  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , demostrar que entonces

$$w(x) = \frac{(x_n - x)u(x) + (x - x_0)v(x)}{(x_n - x_0)}$$

$w(x)$  interpola  $f(x)$  en los nodos  $x_0, x_1, \dots, x_n$ .

b) El polinomio  $v(x) = 2 - (x+1) + (x+1)x - 2(x+1)x(x-1) + 2(x+1)x(x-1)(x-2)$  interpola los 4 primeros nodos de la tabla

$x$	-1	0	1	2	3
$y$	2	1	2	-7	10


Añadir un término a  $v(x)$  de modo que el polinomio resultante  $w(x)$  interpole la tabla entera.

c) Utilizando el apartado a) y los polinomios  $v(x)$  y  $w(x)$  del apartado b) encontrar un polinomio que interpole los 4 últimos nodos de la tabla.

9.- Ajustar una curva de tipo exponencial  $y = A \cdot e^{Bx}$  a los valores de la tabla. Trabajar con redondeo a dos decimales.

$x_i$	0	1	2	3	4
$y_i$	1.5	2.5	3.5	5.0	7.5

10.- Un ingeniero de un laboratorio de control de una fábrica cosméticos estaba haciendo una curva de concentración en función del índice de refracción. Los datos experimentales se ajustaban perfectamente a un polinomio de segundo grado. El ingeniero suministró la siguiente tabla de datos al Departamento de Producción:

<b>Índice de refracción</b>	0,74	0,76	0,78	0,80	0,82
<b>Concentración (M)</b>	0,7714	0,7800		0,7978	0,8070

Como puede observarse una gota de café cayó sobre la hoja de papel y se perdió el dato de concentración correspondiente al índice de refracción de 0,78.

Teniendo en cuenta que los datos se ajustan a un polinomio de segundo grado y usando interpolación por diferencias progresivas recuperar el dato.