ECUACIONES DIFERENCIALES DE ORDEN SUPERIOR

1.- *(i)* $y = \dfrac{x^3}{3} + C_1 x + C_2$; *(ii)* $y = \dfrac{1}{1-x}$; *(iii)* $y = 3e^{2x} + 2e^{-4x}$

2.- No contradice el teorema puesto que, en este caso, $p(x) = \dfrac{-4x}{x^2}$ y $q(x) = \dfrac{x^2+6}{x^2}$ no son continuas en 0.

3.- a) En $(-\infty,+\infty)$; b) En $\mathbf{R} - \{0\} = (-\infty,0) \cup (0,+\infty)$

4.- a) $y = C_1 x + C_2\left(\dfrac{x}{2}\ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right) - 1\right)$; b) $y = C_1 e^x + C_2 x^2 e^x$

5.- *(i)* $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-\frac{4}{3}x}$; *(ii)* $y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x}$;

(iii) $y = C_1 e^{2x} + e^x\left(C_2 \cos(\sqrt{3}\,x) + C_3 \operatorname{sen}(\sqrt{3}\,x)\right)$;

(iv) $y = C_1 \cos(2\sqrt{2}\,x) + C_2 \operatorname{sen}(2\sqrt{2}\,x)$;

(v) $y = 5x^2 + 4x + 2 + e^x\left(C_1 \cos(2x) + C_2 \operatorname{sen}(2x)\right)$;

(vi) $y = \dfrac{1}{2} x e^x \operatorname{sen} x + e^x\left(C_1 \cos x + C_2 \operatorname{sen} x\right)$

(vii) $y = -\dfrac{1}{4}\cos 2x \ln(\sec 2x + \operatorname{tg} 2x) + C_1 \operatorname{sen} 2x + C_2 \cos 2x$

6.- Ecuación del movimiento: $-mg = ms''(t)$

Posición a los 2 segundos: 19’2 m.

Altura máxima que alcanza (punto crítico): para t = 3’92 sg. alcanza 76’83 m.

7.- El cambio $x = e^t$ convierte la ecuación de Cauchy-Euler en: $y'' + (p-1)y' + qy = 0$

La solución general de $x^2 y'' + 3xy' + 10y = 0$ es: $y = \dfrac{1}{x}\left(C_1 \operatorname{sen}(\ln x^3) + C_2 \cos(\ln x^3)\right)$

8.- Sustituir.

9.- $y = C_1 \operatorname{sen}(2x) + C_2 \cos(2x) + x \operatorname{sen}(2x) + 2\cos x - 1 - x + 2x^2$

10.- a) $y = \dfrac{1}{12} e^{3x} + C_1 \operatorname{sen}(\sqrt{3}\,x) + C_2 \cos(\sqrt{3}\,x)$

b) $y = x\left(\dfrac{1}{3}\operatorname{sen}(3x) - \dfrac{1}{2}\cos(3x)\right) + C_1 \operatorname{sen}(3x) + C_2 \cos(3x)$

c) $y = \dfrac{1}{65} e^{x} \left(7 \operatorname{sen} x - 4\cos x\right) + e^{-x} \left(C_1 \operatorname{sen} 2x + C_2 \cos 2x\right)$

d) $y = \dfrac{1}{4}(x^2 \operatorname{sen} x - x\cos x) + C_1 \operatorname{sen} x + C_2 \cos x$

e) $y = -\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{5} x e^{x} + C_1 e^{x} + C_2 e^{-3x}$

11.- Sugerencia: usar que $\operatorname{sen}^2 x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$.

Solución: $y = \dfrac{1}{26}\left(13 + 3\cos 2x - 2\operatorname{sen} 2x\right) + e^{-\frac{1}{2}x}\left(C_1 \operatorname{sen}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}x\right) + C_2 \cos\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}x\right)\right)$

12.- Si $k \neq \pm b$, $y = \dfrac{1}{k^2 - b^2} \operatorname{sen} bx + C_1 \operatorname{sen} kx + C_2 \cos kx$

Si $k = \pm b$, $y = \dfrac{-1}{2b} x \operatorname{sen} bx + C_1 \operatorname{sen} bx + C_2 \cos bx$