ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN

1.- *(i)* $y = \frac{1}{3}\operatorname{sen} 3x + 5x + C$; *(ii)* $y = \frac{e^{2x} - x^2}{2} + C$;

(iii) $y = -\frac{1}{x} + \frac{e^x}{10}(\operatorname{sen} 3x - 3\cos 3x) + C$

2.- *(i)* $y^2 = 2\ln(1+e^x) + C$; *(ii)* $\frac{y-1}{y} = C\frac{x-1}{x}$, $y = 0$, $y = 1$;

(iii) $y^2 - 2x^2 = C$; *(iv)* $y^2 = \frac{C}{x^2} - 1$

3.- Solución general: $T = Ce^{kt} + 20$. Usando las condiciones iniciales $k = \frac{-\ln 2}{20}$, C = 80. La temperatura 30º se alcanza para $t = 60$

4.- *(i)* $\frac{-xy^3 + 8y^3 + x^2y^2 - 9x^2}{x^2y^3} = C$, $y = 0$; *(ii)* $\operatorname{sen} y\sqrt{x^2+1} = C$, $\operatorname{sen} y = 0$

5.- Se sustituye la función y en la ecuación y se comprueba que cumple las condiciones. La solución es única, dado que estamos ante un problema de valor inicial y todas las funciones que intervienen en la EDO como coeficientes son continuas (Teorema de existencia y unicidad de soluciones).

6.- *(i)* $y(y-2) = x^3 + 2x^2 + 2x - 1$; *(ii)* $\ln|y| + y^2 = \operatorname{sen} x + 1$;

(iii) $\operatorname{arcsen} x + \operatorname{arcsen} y = C$;

(iv) $\sqrt{1+x^2} = -\sqrt{1+y^2} + C$; *(v)* $\frac{1}{2}e^{\frac{y}{x}} = \ln x + C$;

(vi) $\operatorname{arctg}\frac{y+5}{x-1} = \ln\left((x-1)\sqrt{1+\left(\frac{y+5}{x-1}\right)^2}\right)$

7.- a = 1. Solución general: $y = x^3 + C_1x^2 + C_2$

8.- *(i)* $y = Ce^{\frac{-x}{2y}}$; *(ii)* $x^3 + 2x^2y + y^2 = C$; *(iii)* $e^xy + e^y + xe^x = C$

(iv) $y^2 = -2x^2\ln|x| + Cx^2$; *(v)* $ye^{x^2} - x^2 = C$;

(vi) $y = \left(\frac{4}{5}\cos x - \frac{3}{5}\operatorname{sen} x\right)e^{-2x} + C_1e^x + C_2xe^x$

(vii) $y = 2x^2 - 6x + 7 + C_1e^{-x} + C_2e^{-2x}$; *(viii)* $\sqrt{x^2+y^2} + y = Cx^2$

9.- *(i)* $\dfrac{1}{y^2} = x + \dfrac{1}{2} + Ce^{2x}$; *(ii)* $1 - xy^4 + \dfrac{1}{4}y^4 + Ce^{-4x}y^4$; *(iii)* $y = \dfrac{4}{5}x^2 \ln x - \dfrac{16}{25}x^2 + Cx^{3/4}$

10.- La ecuación del movimiento es: $\dfrac{dv}{dt} = g - \dfrac{k}{m}v^2$

Solución: $\left(\dfrac{\sqrt{g} + \sqrt{c}\, v}{\sqrt{g} - \sqrt{c}\, v}\right)^{\frac{1}{2\sqrt{cg}}} = e^t$, siendo $c = \dfrac{k}{m}$

11.- Una solución al problema será $y_1 + y_2$

12.- Solución de la ecuación: $y(t) = \dfrac{A}{B}\left(1 - e^{-Bt}\right)$

Valor límite: $\lim\limits_{t \to \infty} y(t) = \dfrac{A}{B}$

Luego la concentración alcanza la mitad de su valor límite para $t = \dfrac{\ln 2}{B}$