



ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN

1.- Encontrar la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$(i) \frac{dy}{dx} = \cos 3x + 5 \quad (ii) \frac{dy}{dx} = e^{2x} - x \quad (iii) \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2} + e^x \sin 3x$$

2.- Obtener la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$(i) (1 + e^x)y \frac{dy}{dx} = e^x \quad (ii) x(x-1)dy - y(y-1)dx = 0$$

$$(iii) y \frac{dy}{dx} - 2x = 0 \quad (iv) (1 + y^2) + xy \frac{dy}{dx} = 0$$

3.- La velocidad de enfriamiento de un cuerpo en el aire es proporcional a la diferencia de temperatura T del cuerpo y la del aire $T_0=20^{\circ}\text{C}$. Si el cuerpo tarda en enfriarse 20 minutos desde 100°C a 60°C , ¿cuánto tardará en enfriarse hasta 30°C ?

4.- Obtener la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$(i) (x-4)y^4 dx - x^3(y^2-3)dy = 0 \quad (ii) x \sin(y) dx + (x^2+1) \cos(y) dy = 0$$

5.- Verificar que $y = 3e^{2x} + e^{-2x} - 3x$ es solución de la ecuación lineal $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 12x$ con las condiciones $y(0) = 4, y'(0) = 1$. ¿Es la única?

6.- Obtener la solución de las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$(i) \frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 + 4x + 2}{2(y-1)} \quad y(0) = 1 \quad (ii) \frac{dy}{dx} = \frac{y \cos x}{1 + 2y^2} \quad y(0) = 1 \quad (iii) \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = 0$$

$$(iv) x\sqrt{1+y^2} + y \frac{dy}{dx} \sqrt{1+x^2} = 0 \quad (v) xy' = y + 2xe^{-\frac{y}{x}} \quad (vi) y' = \frac{x+y+4}{x-y-6}$$

7.- Determinar para qué valor del parámetro a , la ecuación $y = ax^3$ es solución de $xy'' - y' = 3x^2$. Utilizar éste resultado para calcular la solución general de ésta ecuación.

8.- Obtener la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$(i) \frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2 - 2xy} \quad (ii) (3x^2 + 4xy)dx + (2x^2 + 2y)dy = 0$$

$$(iii) (x + y + 1)e^x dx + (e^x + e^y)dy = 0$$

$$(iv) \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \frac{x}{y} \quad (v) 2x(ye^{x^2} - 1)dx + e^{x^2} dy = 0 \quad (vi) y'' - 2y' + y = 10e^{-2x} \cos x$$

$$(vii) y'' + 3y' + 2y = 4x^2 \quad y(0) = 1 \quad (viii) xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$$



9.- Resolver

$$(i) \frac{dy}{dx} + y = xy^3 \quad (ii) \frac{dy}{dx} - y = xy^5 \quad (iii) \frac{dy}{dx} + \frac{y}{2x} = \sqrt{y} \ln x$$

10.- Supóngase que y_1 es una solución del problema de valor inicial $y' + P(x)y = 0$, $y(x_0) = a$; y que y_2 es solución de $y' + P(x)y = f(x)$, $y(x_0) = 0$. Determine una solución del problema de valor inicial $y' + P(x)y = f(x)$, $y(x_0) = a$.

11.- La resistencia que ejerce el aire sobre un cuerpo de masa m en caída libre es proporcional al cuadrado de la velocidad. Si suponemos que el cuerpo ha partido con velocidad 0, ¿cuál se' a la ecuación de la velocidad $v(t)$ de este movimiento?

12.- La velocidad con que una droga se disemina en el fluido sanguíneo se rige por la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dt} = A - By$$

donde A , B son constantes positivas, y la función $y(t)$ describe la concentración de droga en el flujo sanguíneo en un instante t . Encontrar el valor límite de y cuando $t \rightarrow \infty$. ¿Cuánto demora la concentración en alcanzar la mitad de este valor límite? Suponer $y(0)=0$.