

OPERADORES DIFERENCIALES EN \mathbf{R}^3

- 1.- (*Fuerza eléctrica*) La fuerza en un campo electrostático $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ tiene la dirección del gradiente. Encontrar la dirección de esta fuerza para los campos que se indican y en el punto P dado:
- $f(x, y, z) = (x^2 - y^2)$; $P = (-1, 3, 0)$
 - $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$; $P = (2, 1, 3)$
- 2.- a) Hallar el gradiente del campo escalar f siendo $f(x, y, z) = x^2yz + xy^2z + xyz^2$.
b) Hallar el gradiente y el laplaciano del campo escalar $f(r, \mathbf{q}, z) = r^2 + z^2$, siendo (r, \mathbf{q}, z) las coordenadas cilíndricas.
- 3.- Calcular la divergencia y el rotacional del campo vectorial $F(x, y, z) = x^2yz \mathbf{i} + xy^2z \mathbf{j} + xyz^2 \mathbf{k}$.
- 4.- Hallar la divergencia y el rotacional del vector de posición (x, y, z) en coordenadas cartesianas, cilíndricas y esféricas.
- 5.- Sea f un campo escalar suficientemente diferenciable. Probar que $\text{rot}(\nabla f) = 0$.
- 6.- Sea $f(x, y, z) = xy - yz$. Se pide:
- Calcular el gradiente de f en $(2, 0, 7)$.
 - Calcular la divergencia del gradiente de f .
 - Calcular el rotacional del gradiente de f^2 .
- 7.- Sean $F(x, y, z) = (2x, 2z, 4x + z)$, $G(x, y, z) = (3z^2, 2x^2 - y^2, y^2)$. Se pide:
- Calcular $\text{div}(F)$ y $\text{div}(G)$.
 - Calcular $\text{grad}(\text{div}(G))$.
 - Calcular $(\text{rot}(F) \wedge G) \cdot G$