

INTEGRALES DOBLES Y TRIPLES

1.- Calcular las integrales siguientes:

$$(i) \iint_I (x^2 + 4y) dx dy, \text{ siendo } I = [0,2] \times [0,3] \quad (ii) \iint_I x^y dx dy, \text{ siendo } I = [0,1] \times [0,1]$$

2.- Siendo I la región limitada por $y = x^2$, $y = -x^2$ y las rectas $x = 1$, $x = -1$, determinar:

$$\iint_I (x^2 - 4) dx dy$$

3.- Siendo I la región del primer cuadrante encerrada entre las parábolas $y = x^2$, $y^2 = x$, determinar:

$$\iint_I xy dx dy$$

4.- i) Determinar el área del recinto encerrado por una elipse de semiejes 1 y 2.

ii) Calcular el área encerrada por las hipérbolas $xy = 1$, $xy = -1$ y las rectas $x = 1$, $x = -1$, $y = 2$, $y = -2$.

5.- Determinar $\int_I e^{x^2} dx dy$ siendo I el recinto limitado por el eje OX y las rectas $y = \frac{x}{2}$, $x = 2$.

6.- Sea $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$, calcular $\iint_A \cos(x^2 + y^2) dx dy$

7.- Calcular el volumen de la esfera de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$

8.- Siendo I el recinto limitado por los planos coordenados y los planos $x + y = 1$, $z = 4$, se pide

$$\iiint_I yz dx dy dz.$$

9.- Determinar el área comprendida entre las circunferencias $x^2 + y^2 = 2x$, $x^2 + y^2 = 4x$ y las rectas $y = x$, $y = 0$.

10.- Siendo T el triángulo de vértices $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$ determinar $\iint_T (1 + x^2 + y^2) dx dy$.

11.- Encontrar las coordenadas \bar{x} , \bar{y} del centro de gravedad de una masa de densidad $f(x, y) = 1$ en la región del plano $R = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0\}$.

12.- a) Calcular el volumen del tronco del cono $z^2 = x^2 + y^2$ limitado por los planos $z = 0$ y $z = 3$.



b) Calcular el volumen del sólido acotado por las gráficas $x = 4 - y^2$, $z = 0$, $z = x$.