PRÁCTICA CON "MatLab"

Alumno:	
Grupo:	

NOTA: Da la respuesta a las cuestiones en los recuadros. Añade impresa la sesión de MatLab en que hayas realizado los cálculos para resolver cada ejercicio.

1.- Sistemas de ecuaciones:

a) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -3 & -6 & 12 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & -4 \end{pmatrix}$ y $b = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -12 \\ 3 \end{pmatrix}$. Comprobar que el sistema lineal cuya matriz ampliada es $(A\,b)$ no tiene solución.

b) Sea ahora $c = 2 * A(:,1) + A(:,2) + 3 * A(:,3) - 4 * A(:,4)$. Recuerda r que $A(:,1)$ es la primera columna de A. Usar el comando **rref([*A c*])** para resolver el sistema cuya matriz ampliada es $(A\,c)$.

Solución:

c) Modificar de nuevo la columna de términos independientes, obteniendo así una nueva matriz de términos independientes d. Resolver el sistema cuya matriz ampliada es $(A\,d)$.

Solución:

d) ¿Sería posible de este modo, es decir cambiando la columna de términos independientes por combinaciones de las columnas de A, obtener una columna de términos independientes para la cual el sistema de matriz de coeficientes A no tenga solución? ¿Por qué?

2.- MatLab es un programa que nos muestra los cálculos con distinta precisión decimal con fracciones e incorpora un "toolbox" de cálculo. En esta práctica vamos a resolver un sistema lineal en modo racional y también usando distintas precisiones decimales.

a) Calcular de modo exacto el determinante de A y la solución del sistema lineal homogéneo cuya matriz de coeficientes es A, siendo

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 \\ 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 \end{pmatrix}$$

Sugerencia: Introducir los elementos de A como fracciones y activar el comando **format rational** de MatLab antes de hacer los cálculos.

Det(A) = $\boxed{}$ Solución siste

b) Activar el comando **format short** y realizar los mismos cálculos del apartado A.

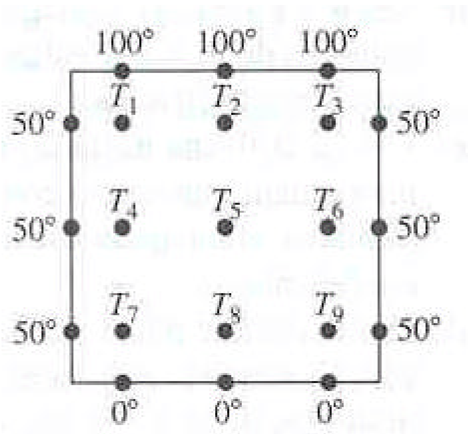
Det(A) = $\boxed{}$ Solución sistem

c) Activar el comando **format long** y realizar los mismos cálculos del apartado A.

Det(A) = $\boxed{}$ Solución siste

d) ¿Qué diferencias observas entre los resultados obtenidos en los apartados anteriores?

3.- Una aplicación: distribución de calor: Se tiene una placa rectangular cuyas orillas se mantienen a cierta temperatura. Se tiene interés en encontrar la temperatura en los puntos interiores conocida la temperatura en algunos puntos del borde. Considerar el siguiente diagrama. Se quiere encontrar una aproximación de las temperaturas en los puntos intermedios T_1 a T_9, suponiendo que la temperatura en un punto interior es el promedio de las temperaturas de los cuatro puntos que lo rodean –arriba, a la derecha, abajo y a la izquierda.



a) Usando las consideraciones anteriores establecer un sistema de ecuaciones que describa las temperaturas, comenzando por T_1, después T_2, etc. Por ejemplo par T_1 se tiene

$$T_1 = \frac{100 + T_2 + T_4 + 50}{4}.$$

Reordenando las ecuaciones se obtiene un sistema lineal. Encontrar la matriz de coeficientes A y la matriz ampliadada $(A\ b)$.

$A =$

b) Resolver el sistema usando el comando **rref**. ¿Cuántas soluciones obtienes? Asignar la solución a la variable **x.**

x =

c) Dar el comando **y = A \ b** y comparar **y** con **x**. ¿Qué operación hemos realizado

y =

4.- Los cálculos de autovalores (y autovectores asociados) son sensibles a errores de redondeo, puesto que es necesario calcular raíces de polinomios, en especial cuando el autovalor tiene multiplicidad dos.

Considérese la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Encontrar con MatLab **c = poly(A)** y **r = roots(c)**. Dar el polinimo característico y los autovalores de A con su multiplicidad algebraica.

C= autovalores: multiplicidades

b) Intentar reducir la matriz del sistema lineal que define el espacio de autovectores con **rref(A - r(k)*eye(3))** para k =1, 2, 3. ¿Qué obtienes? ¿Puedes encontrar algún autovector?

Respuesta:

c) Probemos ahora con el comando **eig**. La rutina **eig** es numéricamente más estable que **roots**. Encontrar **[P,D] = eig(A)**.

[P,D] =

Observa la matriz *P*, ¿es P una matriz de cambio de base?. Justifica la respuesta.

d) Calcula con MatLab $P^{-1}DP$. ¿Se obtienes una matriz igual o cercana a *A*?

e) Calcula con MatLab el rango de *A-2I* ¿Cuál es la multiplicidad geométrica del autovalor 2?

Decide, entonces, si A es diagonalizable.

¿Puedes afirmar que *D* es la forma canónica de Jordan de *A*?

f) Utilizar ahora la rutina **jordan** del "toolbox" de cálculo simbólico para calcular **[C,J]=jordan(A)** y dar la forma canónica de *A* y la matriz del cambio de base o matriz de paso .

J =

Matriz de pasc

Observación: En los cálculos realizados anteriormente puedes observar que la rutina **eig** nos proporciona únicamente los autovalores y un sistema generador de los autoespacios de *A* y no su forma canónica, mientras que la rutina **jordan** nos da la forma canónica de Jordan y la matriz de cambio de base.

5.- *Forma de Jordan real*: Considerese la siguiente matriz

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Calcular su forma canónica de Jordan y la matriz de cambio de base, usando primero la rutina eig y luego jordan. Observa que tanto los autovalores como los autovectores son complejos.

J =

I

b) Dar la forma de Jordan real de A y la matriz real del cambio de base

$J_{\mathbf{R}}$=

$P_{\mathbf{R}}$=