1. Hallar el dominio de las siguientes funciones:

$a)\ f(x)=\sqrt{1-x^2}$ $\quad b)\ f(x)=\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}$ $\quad c)\ f(x)=\sqrt{|x+5|}-\sqrt{|x-7|}$

$d)\ f(x)=\sqrt{senx-\cos x}$ $\quad e)\ f(x)=\sqrt{x+5}-\sqrt{x-7}$ $\quad f)\ f(x)=\log(\log\ x)$

$g)\ f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-|x|}}$ $\quad h)\ f(x)=\arccos\dfrac{1-2x}{4}$ $\quad i)\ f(x)=\log\left[\sqrt{x-4}+\sqrt{6-x}\right]$

2. Utilizando la definición de límite de una función demostrar:

$a)\lim\limits_{x\to 4} x^2=16$ $\quad b)\lim\limits_{x\to e}\log x=1$ $\quad c)\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x+2}{2x+1}=\dfrac{3}{2}$

3. Calcular $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ para las funciones $f: A\to R$, en los siguientes casos:

$a) A=R^*,\ a=0,\ f(x)=\dfrac{1}{x}$

$b) A=R^*,\ a=0,\ f(x)=\dfrac{x}{|x|}$

$c) A=R-\{2,-2\},\ a=-2,\ f(x)=\dfrac{(x^3-3)}{(x^2-4)}$

$d) A=R-\{2\},\ a=2,\ f(x)=\dfrac{(x^2-4)}{(x-2)}$

$e) A=[\,0,2\,),\ a=1,\ f(x)=\begin{cases} x & x\in[0,1) \\ x-1 & x\in[1,2) \end{cases}$

$f) A=R^+-\{0\},\ a=0,\ f(x)=\dfrac{(x^3+6x^2+x)}{(x^2+6x)}$

4. Calcular, cuando exista, el $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ en los siguientes casos:

$a) a=1,\ f(x)=\dfrac{x^3+x^2-5x+3}{x^3-4x^2+5x-2}$ $\quad d) a=0,\ f(x)=\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)$

$b) a=0,\ f(x)=\dfrac{\sqrt{1+2x}-\sqrt{1+3x}}{x+2x^2}$ $\quad e) a=0,\ f(x)=x\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)$

$c) a=0,\ f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{\sqrt{16+x^2}-4}$ $\quad f) a=0,\ f(x)=\sqrt{x}sen\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$

5. Calcular los siguientes límites:

1) $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^4-2x^3+x-2}{-x^3-4x^2+11x+2}$ 2) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x^4}{x^3+x^2}$ 3) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{x^4}{5x^4+x^2+1}$

4) $\lim_{x\to 2} \sqrt{x+3}-\sqrt{x+2}$ 5) $\lim_{x\to\sqrt{5}} \dfrac{x-\sqrt{5}}{x^2-5}$ 6) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x}$

7) $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{1}{1-e^{\frac{-1}{x}}}$ 8) $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{1+e^{\frac{-1}{x}}}{2-e^{\frac{-1}{x}}}$ 9) $\lim_{x\to 0^-} \dfrac{1+e^{\frac{-1}{x}}}{2-e^{\frac{-1}{x}}}$

10) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x-1}{x^n-1}$ 11) $\lim_{x\to 3} \left| x^2-x-7 \right|$ 12) $\lim_{x\to 2^+} 2^{1/(x-2)^2}$

13) $\lim_{x\to\infty} \left(\dfrac{4x+1}{2x}\right)^x$ 14) $\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}\right)^x$ 15) $\lim_{x\to\infty} \left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{2x}$

16) $\lim_{x\to 3} \left(\dfrac{1}{\sqrt{x-3}}-\dfrac{1}{\sqrt{x^2-9}}\right)$

6. Estudiar la continuidad de las siguientes funciones:

1) $f(x)=\begin{cases} x^2 & 0<x<1 \\ 0 & 1\le x<2 \\ x^3-1 & 2\le x<3 \end{cases}$ 2) $f(x)=\begin{cases} x+3 & x\le 0 \\ 3x & 0<x<2 \\ x^2+1 & x=2 \\ 4 & x>2 \end{cases}$

3) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^x}{e^x+1} & x\le 0 \\ \dfrac{1}{2}(x^2+1) & x>0 \end{cases}$ 4) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^x}{e^x+1} & x\le 0 \\ (x^2+1) & x>0 \end{cases}$

5) $f(x)=\begin{cases} 3x & x\le 2 \\ 6x^2-2x & 2<x\le 6 \\ \sqrt{8x} & 6<x\le 8 \\ \dfrac{x^2-32}{x-4} & 8<x \end{cases}$ 6) $f(x)=\begin{cases} \left|3x^2-1\right| & x\le 1 \\ x^2-2x+2 & x>1 \end{cases}$

7) $f(x)=E\left[\,x\,\right]$ 8) $f(x)=\dfrac{x}{1+\left|x\right|}$

7. Estudiar la continuidad de las siguientes funciones según los valores de los parámetros que aparecen:

$$1)\ f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3+3x}{x} & x<0\\ k & x=0\\ 2x+3 & x>0\end{cases}\qquad 2)\ f(x)=\begin{cases}x+1 & x\le 1\\ 3-ax^2 & x>1\end{cases}$$

$$3)\ f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-9}{x-3} & x\ne 3\\ a & x=3\end{cases}\qquad 4)\ f(x)=\begin{cases}x^2+mx & x\le -1\\ 2x+n & -1<x<2\\ x+3 & 2\le x\end{cases}$$

8. Probar que la ecuación: $a) x^3+2x^2-x-4=0$ tiene al menos una ecuación real en (1, 2).

$b) x^3+2x-1=0$ en (0,1).

9. Demostrar que existe un número real a solución de la ecuación:

$a) 2x^3-6x+1=0$
$b) \cos x-2x+1=0$
$c) x\,sen x=\dfrac{1}{2}$

10. Hallar una raíz positiva con un error menor que una décima de las ecuaciones:

$a) x^3+4x^2-6=0$
$b) x^3-2x-1=0$

11. Sean $f, g : R \to R$, definidas como:

$$f(x)=\frac{x+|x|}{2},\qquad g(x)=\begin{cases}x & x<0\\ x^2 & x\ge 0\end{cases}$$

Estudiar la continuidad de $f, g, (f\circ g)$ y $(g\circ f)$.

12. Sea $f: R\to R$, $f(x)=\begin{cases}2\cos x & x<c\\ (ax+b)^2 & x\ge c\end{cases}$. Calcular a en función de b y c para que f sea continua en todo R.

13. Sea $f: R^* \to R$, definida por $f(x)=x\cdot\left|1+1/x\right|$. Estudiar la continuidad de f.

14. Sea $f : R \to R$, definida por $f(x) = \begin{cases} 2 - x^2 & \text{si } x \in Q \\ x^2 - 2 & \text{si } x \in I \end{cases}$. Demostrar que esta función sólo es continua en dos puntos.

15. Estudiar la continuidad en $x = 0$ de la función $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$.