

Módulo 1: Electroestática

Condensadores. Capacidad.

1

Capacidad

- Hemos visto la relación entre campo eléctrico y cargas, y como la interacción entre cargas se convierte en energía potencial eléctrica
- Ahora veremos que esa energía se puede almacenar y transmitir mediante condensadores o capacitores.
- A partir de una propiedad llamada capacidad eléctrica
- Todos los dispositivos electrónicos portátiles tienen condensadores.

2

Capacidad

- El potencial de un único conductor aislado que contiene una carga Q es proporcional a esta carga, y depende del tamaño y forma del conductor.
- Por ejemplo, el potencial eléctrico de un conductor esférico vimos que era $V=k \cdot Q/R$
- A la relación Q/V entre la carga y el potencial de un conductor aislado se le llama **capacidad eléctrica**.

$$C = \frac{Q}{V}$$

3

Capacidad

- Mide la capacidad de almacenar carga para una determinada diferencia de potencial.
- Como el potencial es siempre proporcional a la carga, esta relación no depende ni de Q ni de V ., sino sólo del tamaño y forma del conductor.
- Por ejemplo, la capacidad de un conductor esférico es:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{kQ}{R}} = \frac{R}{k} = 4\pi\epsilon_0 R$$

4

Capacidad

- Las unidades son coulombios / voltio, y a esta unidad se la llama faradio (F), en honor a Michael Faraday.

$$1 F = 1 \frac{C}{V}$$

- Como el faradio es una unidad muy grande se suelen usar submúltiplos, como el microfaradio (10^{-6} F) o el picofaradio (10^{-12} F)

5

Capacidad

- Podemos expresar ϵ_0 en faradios por metro, ya que:

$$C = 4 \pi \epsilon_0 R \Rightarrow [\epsilon_0] = \frac{[C]}{[R]} = F/m$$

- Y su valor sería entonces:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} F/m = 8,85 pF/m.$$

6

Condensador

- Un sistema de dos conductores portadores de cargas iguales y opuestas (+Q y -Q) constituye un **condensador**.
- La capacidad del dispositivo se define por el cociente Q/V , siendo Q el valor absoluto de la carga de cualquiera de los dos conductores y C el valor absoluto de la diferencia de potencial.
- Esta diferencia de potencial se obtiene a partir del campo eléctrico que se genera entre ellos.

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

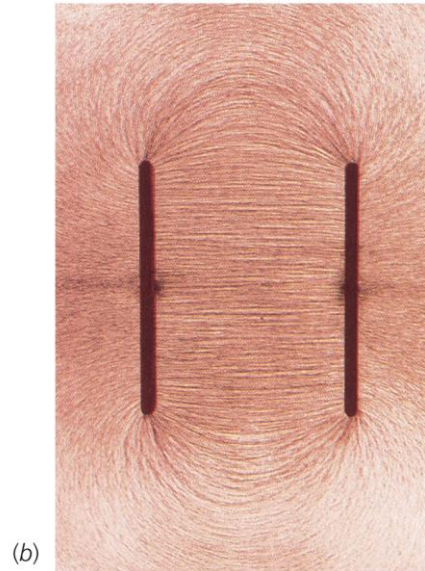
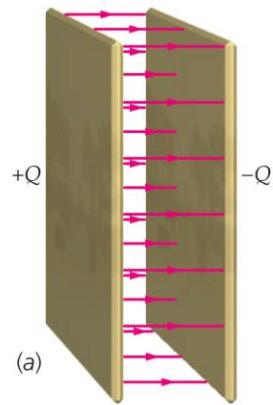
7

Condensador de placas paralelas

- Un condensador muy común es el de placas paralelas.
- Está formado por dos grandes placas conductoras paralelas.
- En la práctica son dos láminas metálicas muy finas, separadas y aisladas una de otra por una lámina delgada de plástico.
- Y este sandwich se enrolla, dando lugar a una superficie grande en un espacio pequeño.

8

Condensador de placas paralelas



9

Condensador de placas paralelas

- Como las placas están muy próximas, el campo en cualquier punto situado entre ellas es aprox. igual al campo debido a dos planos infinitos paralelos.
- El módulo del campo eléctrico debido a cada una de ellas es:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

- Por lo que el campo total es:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

siendo $\sigma = \frac{Q}{A}$

10

Condensador de placas paralelas

- Como el campo entre las placas del condensador es uniforme se tiene que el potencial eléctrico es:

$$V = E d = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

- Nota: es común usar V en vez de ΔV .

11

Condensador de placas paralelas

- Por lo que su capacidad es:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Qd}{\epsilon_0 A}} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

- Nota: la capacidad no depende ni de Q ni de V
- Es proporcional a la superficie de las placas e inversamente proporcional a la distancia de separación.

12

Estrategia de resolución de problemas

- Determinar el campo eléctrico E (Gauss o Coulomb)
- Determinar la diferencia de potencial entre los dos conductores mediante

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

- La capacidad es $C=Q/V$

13

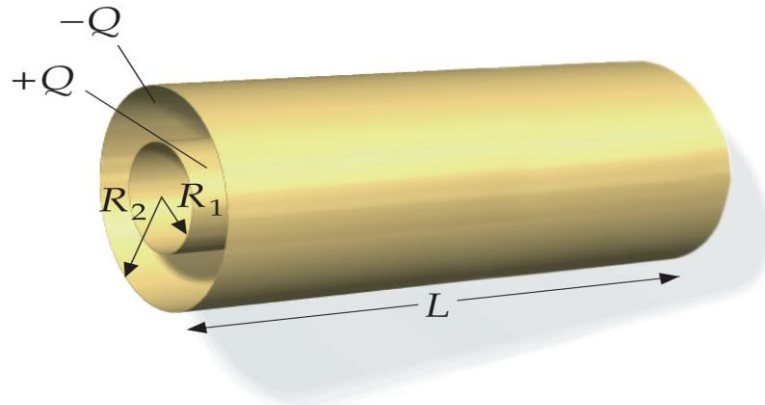
Ejemplo

- Un condensador de placas paralelas está formado por dos conductores cuadrados de lado 10 cm , separados por 1 mm de distancia.
- Calcular su capacidad.
- Si este condensador está cargado con 12 V, ¿cuánta carga se transfiere de una placa a la otra?

14

Ejemplo

- Hallar la capacidad de un condensador cilíndrico formado por dos conductores de longitud L . Un cilindro tiene un radio R_1 y el otro es una corteza cilíndrica coaxial de radio interno R_2 , siendo $R_1 < R_2 \ll L$



15

Ejemplo

- Hallar la capacidad de un condensador esférico formado por dos conductores esféricos de radios R_1 y R_2 ($R_1 < R_2$), y cumpliéndose que $R_1 < R_2 \ll d$, siendo d la distancia entre los conductores.

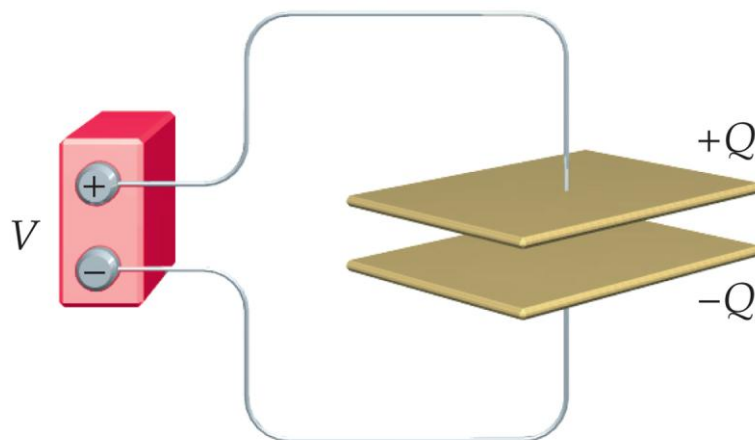
16

Carga de un condensador

- Cargamos un condensador conectándolo a una batería.
- Cuando un condensador se carga se transfieren electrones del terminal negativo de la batería a una de las armaduras del condensador.
- Este proceso dura hasta que se iguala la diferencia de potencial del condensador con el potencial de la batería.
- Como consecuencia se produce un campo eléctrico E entre las armaduras, cuyo valor es $V=E \cdot d$

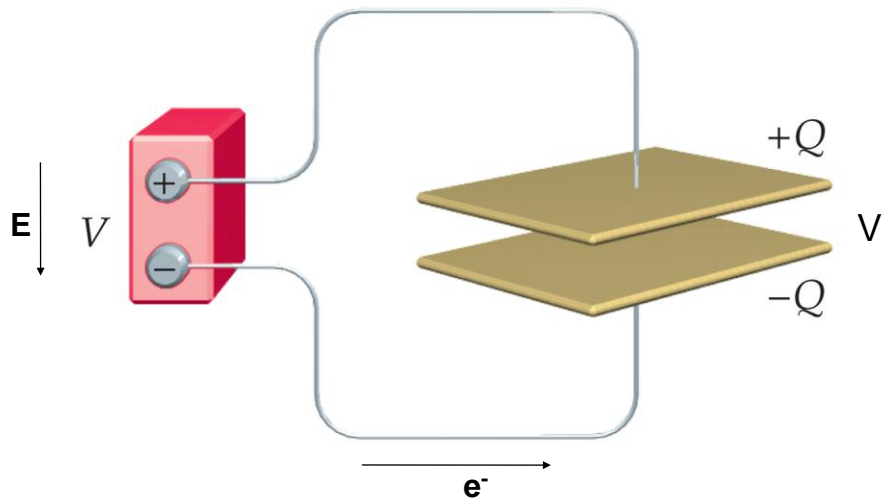
17

Carga de un condensador



18

Carga de un condensador



19

Carga de un condensador

- Ejemplo: Un condensador de $6 \mu\text{F}$, inicialmente descargado, se conecta a los bornes de una batería de 9 V . ¿Cuál es la carga total que fluye a través de la batería?
 - $Q = C \cdot V = 6 \mu\text{F} \cdot 9 \text{ V} = 54 \mu\text{C}$

20

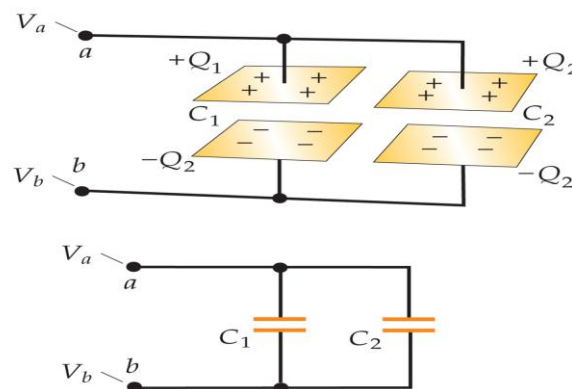
Asociación de condensadores

- Los condensadores se pueden asociar en serie o en paralelo

21

Asociación de condensadores en paralelo

- La carga total almacenada es la suma de las cargas individuales de cada condensador:
 - $Q=Q_1+Q_2$

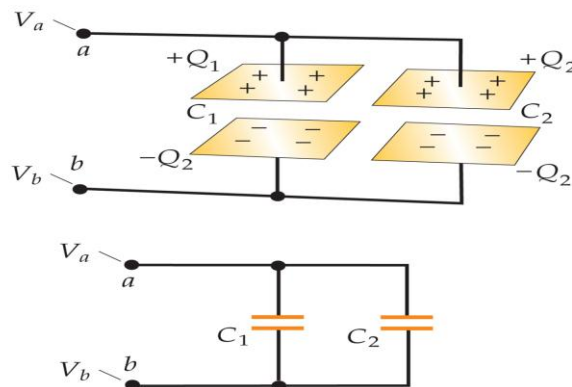


22

Asociación de condensadores en paralelo

- Todos los puntos del circuito están al mismo potencial V de la batería, porque están unidos mediante el mismo conductor (cable)

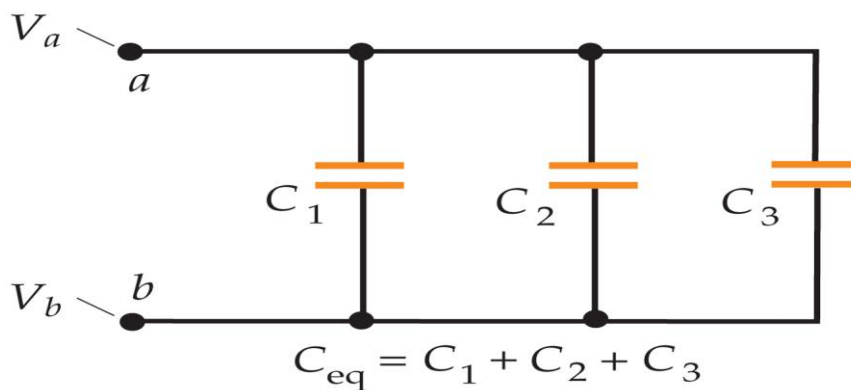
- $V=V_1=V_2$



23

Asociación de condensadores en paralelo

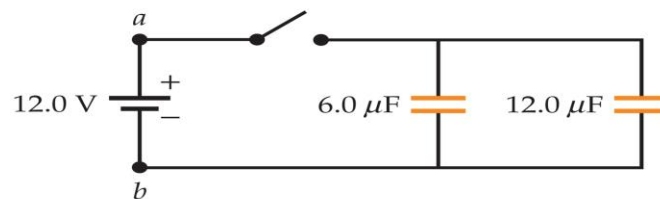
- Por lo que su capacidad será:
 - $CV=C_1 \cdot V_1 + C_2 \cdot V_2 = C_1 \cdot V + C_2 \cdot V$
- Es decir, su capacidad equivalente sería $C_{eq}=C_1+C_2$



24

Asociación de condensadores en paralelo

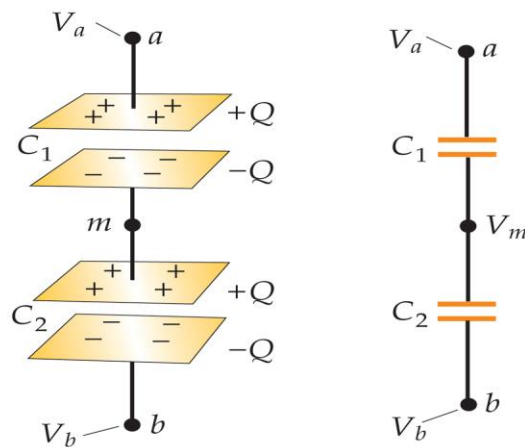
- Ejemplo:
- Calcular la carga que pasa por cada uno de los conductores y la carga total que pasa a través de la batería.
- Calcular el potencial de cada condensador



25

Asociación de condensadores en serie

- En este caso, se cumple que:
 - $Q=Q_1=Q_2$

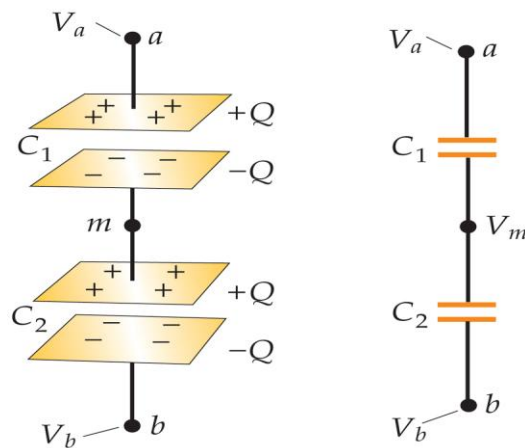


26

Asociación de condensadores en serie

■ Por lo que:

- $V=V_1+V_2$

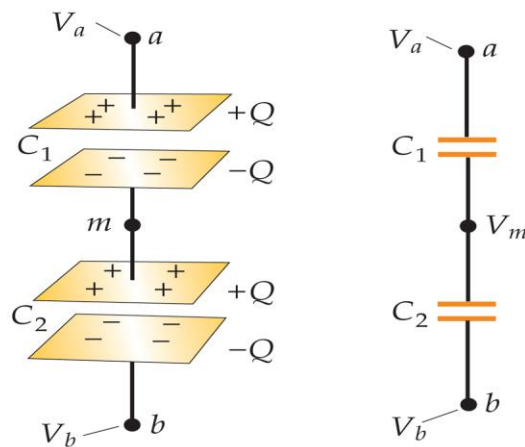


27

Asociación de condensadores en serie

■ Como $V=Q/C$, se cumple que:

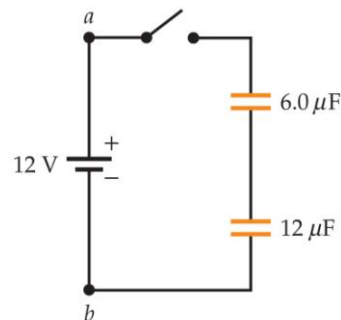
- $1/C_{eq}=1/C_1+1/C_2$



28

Asociación de condensadores en serie

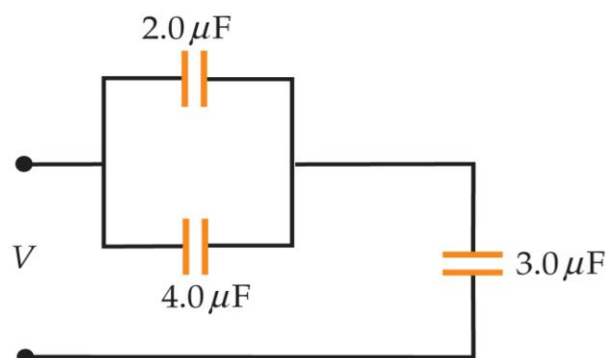
- Ejemplo:
- Calcular la carga que pasa por cada uno de los conductores y la carga total que pasa a través de la batería.
- Calcular la diferencia de potencial de cada condensador.



29

Condensadores en serie y en paralelo

- Ejemplo:
- Calcular la carga que pasa por cada uno de los conductores y la carga total que pasa a través de la batería.
- Calcular la diferencia de potencial de cada condensador.



30

Dieléctricos

- Un dieléctrico es un material no conductor.
- Por ejemplo, el papel, el vidrio o la madera.
- Michael Faraday descubrió que cuando el espacio entre los dos conductores de un condensador se rellena con un dieléctrico, su capacidad aumenta en un factor κ .
- La razón es que debido al dieléctrico, el campo eléctrico se debilita, con lo cual la diferencia de potencial también y la relación Q/V se incrementa.

31

Dieléctricos

- El factor κ no tiene dimensiones y se conoce como constante dieléctrica del material.
- La capacidad de un condensador de placas planas es:

$$C = \kappa \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d}$$

- Los materiales dieléctricos tienen valores de κ superiores a la unidad.

32

Dieléctricos

- Al producto κ por ϵ_0 se le llama permitividad del dieléctrico, y se representa por la letra ϵ .

$$\epsilon = \kappa \epsilon_0$$

33

Dieléctricos

- Los materiales dieléctricos presentan las siguientes ventajas:
- Incrementan la capacidad del condensador
- Proporciona un medio físico para separar las placas conductoras paralelas. Esto permite acercarlas mucho sin tocarse, pudiendo reducir la d , y aumentar así la capacidad.

34

Ruptura dieléctrica

- Muchos materiales dieléctricos (es decir, no conductores) se ionizan en campos eléctricos muy altos y se convierten en conductores.
- Este fenómeno se llama **ruptura dieléctrica**.
- Esto limita la carga que se puede almacenar en las placas de un condensador.
- Por ejemplo, para el aire, el campo eléctrico máximo es $E_{\max} = 3 \text{ kV/mm}$.

35

Ruptura dieléctrica

- Si uso un material dieléctrico puedo aumentar este E_{\max} .
- Algunos valores de κ y E_{\max} .

Tabla 21-1 Constante dieléctrica y resistencia a la ruptura de diversos materiales

Material	Constante dieléctrica κ	Resistencia del dieléctrico, kV/mm
Aceite de transformador	2,24	12
Agua (20°C)	80	
Aire	1,00059	3
Baquelita	4,9	24
Mica	5,4	10-100
Neopreno	6,9	12
Papel	3,7	16
Parafina	2,1-2,5	10
Plexiglás	3,4	40
Poliestireno	2,55	24
Porcelana	7	5,7
Vidrio (Pyrex)	5,6	14

36

Ejemplo

- Un condensador de placas paralelas está formado por placas de 2x3 cm separadas por papel de 1 mm de espesor. Determinar su capacidad o capacitancia.

37

Energía almacenada

- La energía almacenada por un condensador de placas paralelas cuando tenemos un dieléctrico es:

$$U = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} C V^2$$

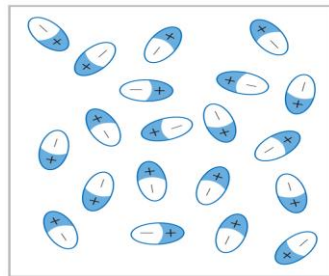
- Es decir:

$$U = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon A}{d} \right) = 1/2 \epsilon E^2 (Ad)$$

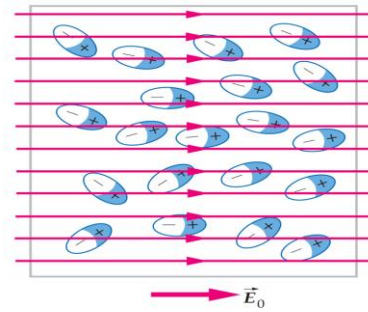
38

Estructura molecular de un dieléctrico

- Cuando un dieléctrico se sitúa en el campo de un condensador, sus moléculas se polarizan en la dirección del campo externo
- Se produce un momento dipolar neto paralelo al campo.



(a)

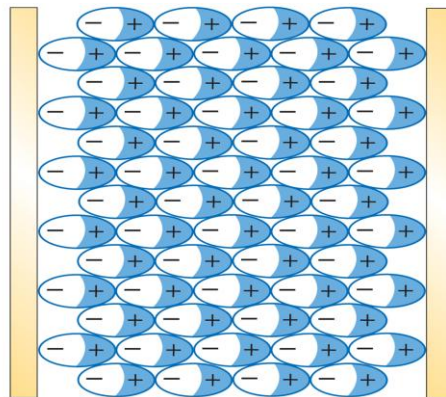


(b)

39

Estructura molecular de un dieléctrico

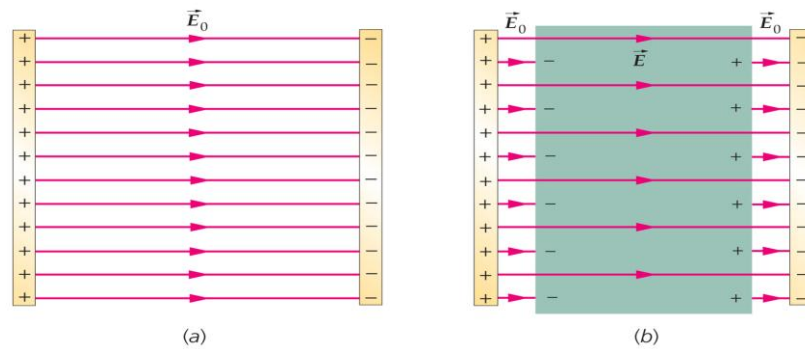
- El efecto de esta polarización es la creación de una carga superficial sobre las caras del dieléctrico próximas a las placas.
- Esta carga superficial se llama **carga ligada**.



40

Estructura molecular de un dieléctrico

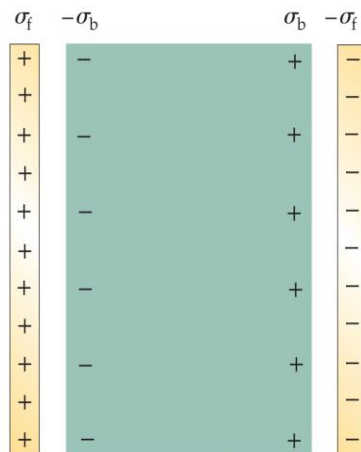
- La carga ligada produce un campo eléctrico opuesto a la dirección del campo producido por el condensador.
- Y por eso el campo en el interior se debilita.



41

Cantidad de carga ligada

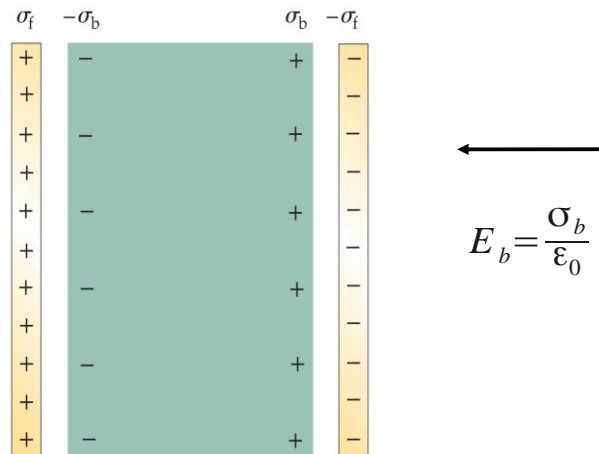
- La cantidad de carga ligada σ_b de las superficies del dieléctrico está relacionada con la constante dieléctrica y la densidad de carga libre σ_f de las placas.



42

Cantidad de carga ligada

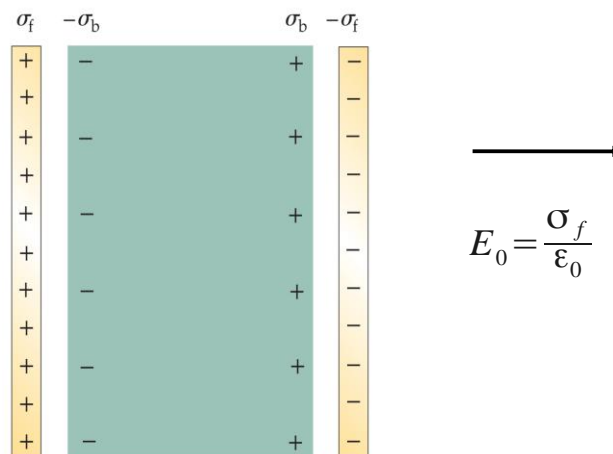
- Si las placas de los condensadores están muy próximas, el campo interior al dieléctrico debido a las densidades de carga σ_b es:



43

Cantidad de carga ligada

- Este campo está dirigido a la izquierda y se resta del campo eléctrico E_0 debido a la carga libre situada en las placas del condensador



44

Cantidad de carga ligada

- Por lo que el campo total es:

$$E = \frac{E_0}{\kappa} = E_0 - E_b$$

- Si despejamos:

$$E_b = \left(1 - \frac{1}{\kappa}\right) E_0$$

45

Cantidad de carga ligada

- Y si lo ponemos en función de la densidad de carga:

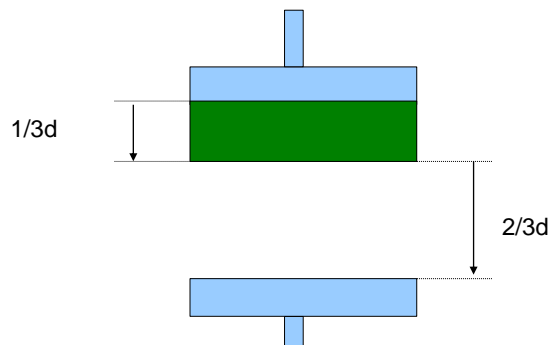
$$\sigma_b = \left(1 - \frac{1}{\kappa}\right) \sigma_f$$

- Como $\kappa > 1$, la densidad de carga ligada es siempre menor que la densidad de carga libre.
- Y es cero si $\kappa = 1$, que es el caso de que no hay dieléctrico.
- Para el caso de un conductor, $\kappa = \infty$ y $\sigma_b = \sigma_{bf}$

46

Ejemplo

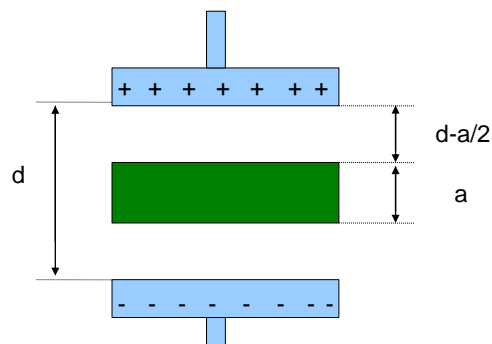
- Un condensador de placas paralelas con una separación entre placas d tiene una capacitancia C_0 cuando no existe dieléctrico.
- ¿Cuál sería la capacitancia si se insertara entre las placas una lámina gruesa de material dieléctrico con constante dieléctrica κ y con un espesor $1/3$ de d ?



47

Ejemplo

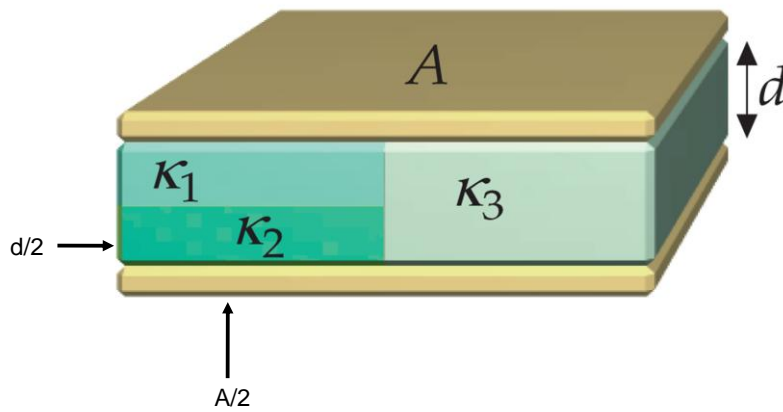
- Un condensador de placas paralelas tiene una separación entre placas d y un área A . Se inserta una lámina gruesa metálica descargada de espesor a , a medio camino entre las placas.
- Determine la capacitancia o capacidad del dispositivo.



48

Ejemplo

- Calcular la capacidad del condensador de la figura:



49