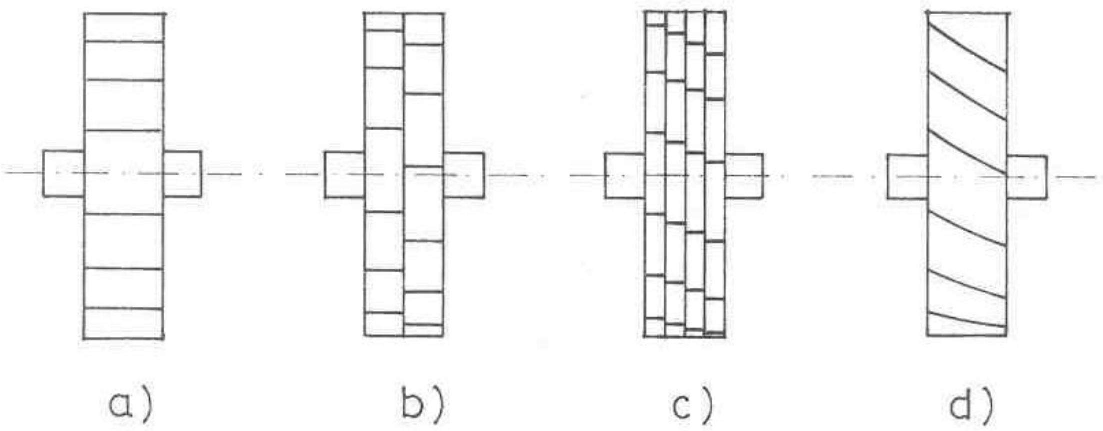
# ENGRANAJES PARALELOS
# DE DENTADO OBLICUO (HELICOIDALES)

## 1. INTRODUCCIÓN

Como ya se sabe, en los engranajes rectos cada diente empieza a engranar bruscamente en toda su longitud y termina de engranar del mismo modo, con lo cual los errores geométricos inevitables en la fabricación de los dientes se traducen en pequeños choques al empezar el engrane, acompañados del correspondiente ruido. En las dentaduras helicoidales, por el contrario, el engrane de dos dientes empieza y termina gradualmente, lo cual se traduce en una marcha notablemente más suave y silenciosa.

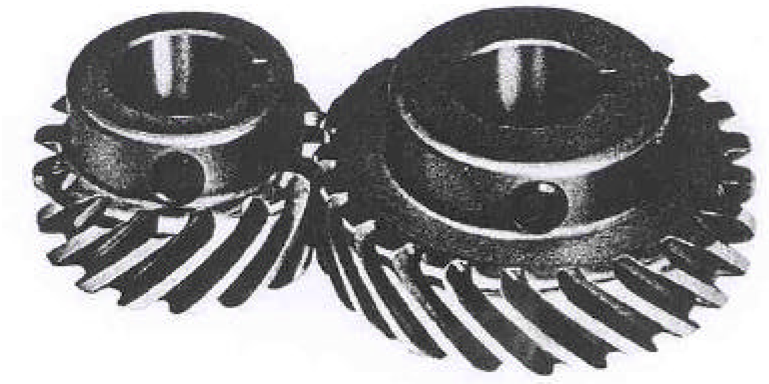
Las dentaduras helicoidales pueden considerarse como un límite de las dentaduras escalonadas, que describiremos a continuación.



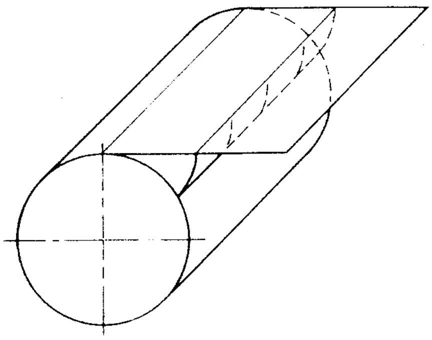
Una rueda escalonada está formada por dos o más ruedas dentadas unidas entre sí, tal como se muestra en la figura. Cada rueda está desfasada respecto a la rueda adyacente una cantidad igual al paso circular dividido por el número de ruedas. Cuando una pareja de ruedas cilíndrico-rectas convencionales está en funcionamiento, el contacto se produce sobre todo el ancho de la cara, lo que da lugar a enormes esfuerzos de impacto y ruido excesivo al operar a altas velocidades. En las ruedas escalonadas el contacto se produce primero en una porción del ancho total, después en la siguiente porción o escalón, etc.; como consecuencia, el diente entra en contacto con un impacto menor, por lo que este tipo de engranajes tienen un funcionamiento más suave y silencioso que los rectos.

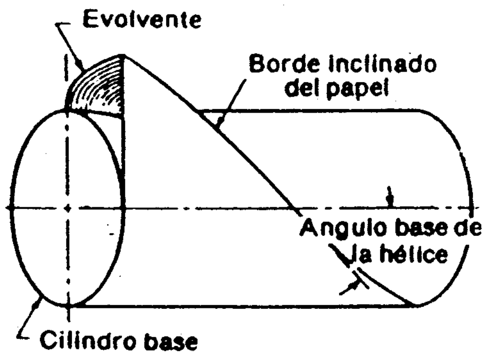
Si el número de escalones se hiciera infinito, el resultado que se obtendría es lo que conocemos como rueda helicoidal, en la que cualquier sección plana perpendicular al eje es idéntica al plano frontal, pero desfasándose de un modo progresivo respecto a él; así que, a efectos de engrane, dos ruedas helicoidales se comportan exactamente igual que dos ruedas rectas cuyo perfil fuera el perfil frontal.

Así pues, en los engranajes helicoidales los dientes están cortados de modo que forman una hélice alrededor de su eje de giro, como puede observarse en la figura

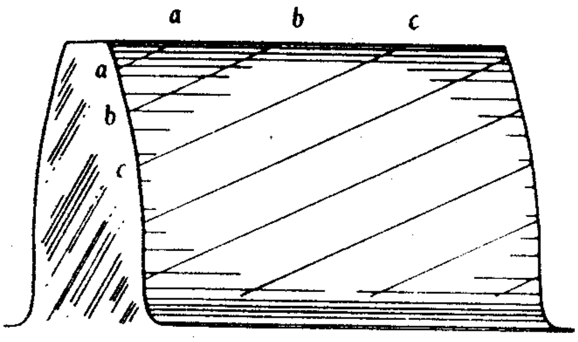


El perfil de los dientes está descrito por una curva evolvente helicoidal, tal como la que describiría una tira de papel con el extremo cortado oblícuamente, al enrollarse sobre un cilindro recto. Observe el lector que si la tira de papel fuese rectangular, al desenrollarse esta del cilindro generaría la superficie de un diente recto, puesto que cada punto del borde describiría una curva de evolvente. Por el contrario, si se corta el extremo de modo que quede inclinado,al enrollarlo alrededor del cilindro, el extremo mayor describe una hélice. Al desenrollar la tira, cada punto del borde citado genera también una curva de evolvente, pero por partir de una hélice la superficie resultante recibe el nombre de **helicoide de evolvente**.






Cuando un engranaje helicoidal comienza a engranar, el contacto tiene lugar solamente en el punto del diente que más avanzado se encuentra, siguiendo la hélice, y extendiéndose gradualmente sobre una línea diagonal (no paralela al eje) que sigue el diente al girar el  engrane




El hecho de que el contacto y la aplicación de la carga se produzcan de forma gradual, reduce el ruido y las cargas dinámicas, así que los engranajes helicoidales pueden operar a más altas velocidades y transmitir más carga que los engranajes rectos de tamaño similar.

Debido a la forma del diente, los engranajes helicoidales inducen cargas axiales y radiales en los apoyos, mientras que en los engranajes rectos no existían reacciones axiales en los soportes. Cuando las cargas axiales se vuelven altas, o resultan inapropiadas por otras razones, resulta conveniente recurrir a engranajes helicoidales dobles. Un engranaje helicoidal doble es equivalente a dos engranajes helicoidales simples con hélices encontradas, montados lado a lado en el mismo eje. Estos engranajes desarrollan cargas de empuje axial opuestas que se anulan entre sí.

Un criterio general para determinar cuándo usar ruedas rectas y cuando helicoidales es la siguiente:

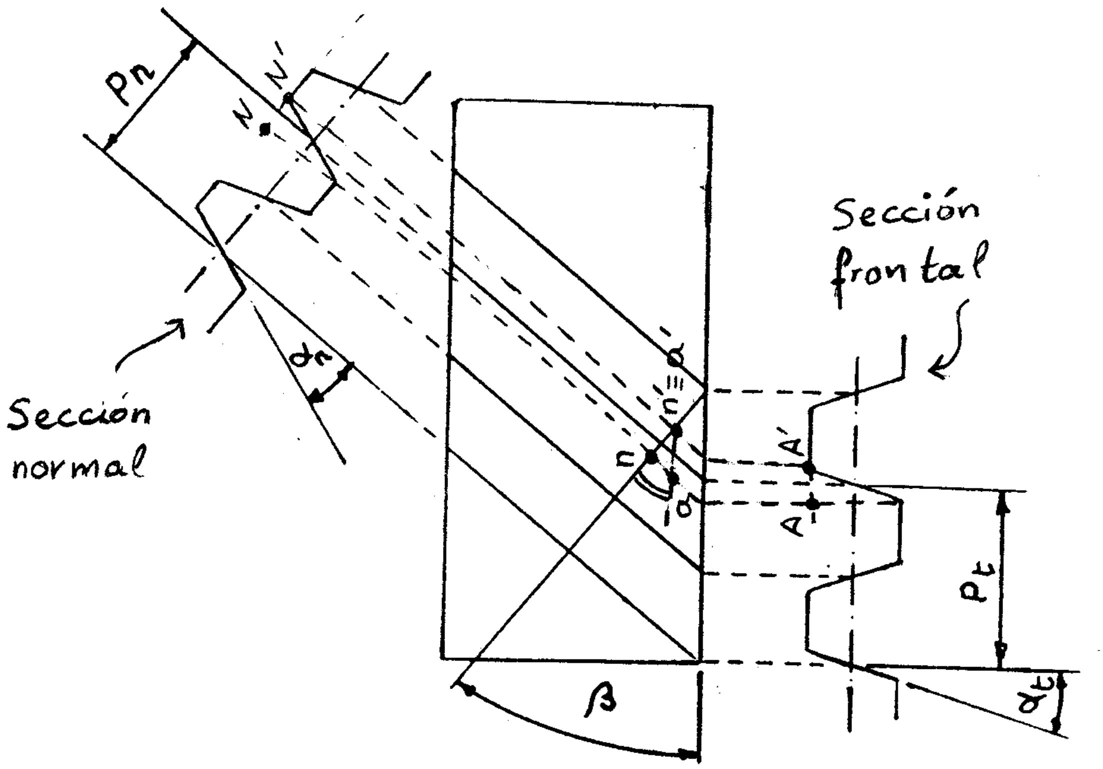
- Engranajes rectos: se emplean en transmisiones con velocidades bajas y en situaciones en las que el ruido no constituye un problema serio.
- Engranajes helicoidales: cuando se trabaja en altas velocidades, transmisión de enormes potencias, y cuando el trabajo silencioso es de importancia. Se consideran altas velocidades cuando la velocidad tangencial supera los 25m/s, o cuando el piñón gira a más de 3600r.p.m.

## 2. TERMINOLOGÍA

En un dentado helicoidal distinguiremos:

- Los elementos "circunferenciales o aparentes" (afectados del subíndice t), que son los considerados dentro de todo plano perpendicular al eje de la rueda.
- Los elementos "normales o reales" (afectados del subíndice n), considerados dentro de un plano normal a la hélice.

En la siguiente figura se muestra el desarrollo del cilindro primitivo correspondiente a un engranaje helicoidal, así como el perfil de los dientes sobre los planos normal y transversal en una cremallera. En dicha figura se han indicado algunos de los parámetros geométricos más importantes, y la utilizaremos para deducir las relaciones geométricas existentes entre ellos.




- ***Ángulo de inclinación de la hélice primitiva,*** ***b:*** es el ángulo que forma la tangente a la hélice trazada sobre el cilindro primitivo con el eje de la rueda. Si cortamos la superficie lateral del cilindro por una generatriz y la desarrollamos sobre un plano, la hélice queda representada por una recta que forma un ángulo $\beta$ con la generatriz.
- ***Ángulo de inclinación de la hélice-base,*** $b_b$***:*** es el ángulo de inclinación de la hélice trazada sobre el cilindro básico.
- ***Paso circular frontal*** (también llamado circunferencial o transversal), $p_t$: es la distancia entre puntos homólogos de dos dientes consecutivos, medidos sobre un plano perpendicular al eje de giro de la rueda.

$$p_t = \frac{2pr}{z}$$

- ***Paso circular normal, $p_n$***: este paso se mide sobre un plano perpendicular a la hélice. Se cumple que:

$$p_n = p_t \cdot \cos b$$

- ***Paso axial, $p_z$***: es la distancia entre puntos homólogos de dos dientes consecutivos, medida sobre un plano paralelo al eje de giro.
- ***Ángulo de presión frontal o transversal, $a_t$***: es el ángulo de presión medido sobre una sección frontal.
- ***Ángulo de presión normal, $a_n$***: es el ángulo de presión medido sobre una sección normal al eje de la rueda.
- ***Módulo frontal o transversal, $m_t$***:

$$m_t = \frac{p_t}{p}$$

- ***Módulo normal, $m_n$***:

$$m_n = \frac{p_n}{p}$$

Como:

$$p_n = p_t \cdot \cos b$$

se cumple que:

$$m_n = m_t \cdot \cos b$$

## 3. ALGUNAS RELACIONES ANGULARES DE INTERÉS

Si llamamos h a la altura del diente, de la última figura se deduce que:

$$\mathrm{tg}\, a_n = \frac{\overline{NN'}}{h} \Rightarrow h = \frac{\overline{NN'}}{\mathrm{tg}\, a_n}$$

Y que:

$$\mathrm{tg}\, a_t = \frac{\overline{AA'}}{h} \Rightarrow h = \frac{\overline{AA'}}{\mathrm{tg}\, a_t}$$

Igualando ambas expresiones se obtiene:

$$\frac{\overline{NN'}}{\mathrm{tg}\, a_n} = \frac{\overline{AA'}}{\mathrm{tg}\, a_t} \Rightarrow \frac{\mathrm{tg}\, a_n}{\mathrm{tg}\, a_t} = \frac{\overline{NN'}}{\overline{AA'}} = \frac{\overline{nn'}}{aa'} = \cos b$$

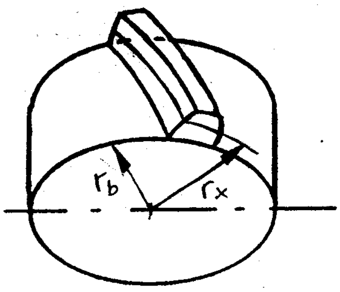
Así pues:

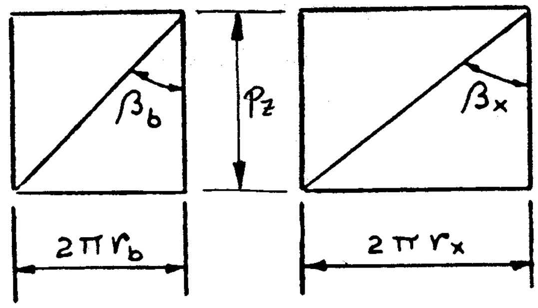
$$\frac{\mathrm{tg}\, a_n}{\mathrm{tg}\, a_t} = \cos b$$

Esta es la primera de las relaciones angulares que estábamos buscando.

Para obtener la segunda relación tendremos en cuenta que la intersección del helicoide con un cilindro coaxial al básico de radio genérico $r_x$ da lugar a una hélice de igual paso que la del cilindro base (ya que cuando una hélice ha dado una vuelta la otra también la ha dado), pero de distinto ángulo de inclinación, $\beta_x$.

Si desarrollamos ambos cilindros en un plano y tomamos un ancho de rueda igual al paso axial se obtiene la siguiente figura.




De esta figura se deduce que:

$$\operatorname{tg}\beta_b = \frac{2\pi r_b}{p_z} \Rightarrow p_z = \frac{2\pi r_b}{\operatorname{tg}\beta_b}$$

Análogamente:

$$p_z = \frac{2\pi r_x}{\operatorname{tg}\beta_x}$$

Igualando ambas expresiones

$$\frac{2\pi r_x}{\operatorname{tg}\beta_x} = \frac{2\pi r_b}{\operatorname{tg}\beta_b} \Rightarrow \frac{\operatorname{tg}\beta_b}{\operatorname{tg}\beta_x} = \frac{r_b}{r_x}$$

Particularizando para el cilindro primitivo

$$\frac{\operatorname{tg}\beta_b}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{r_b}{r}$$

Y como se cumple que

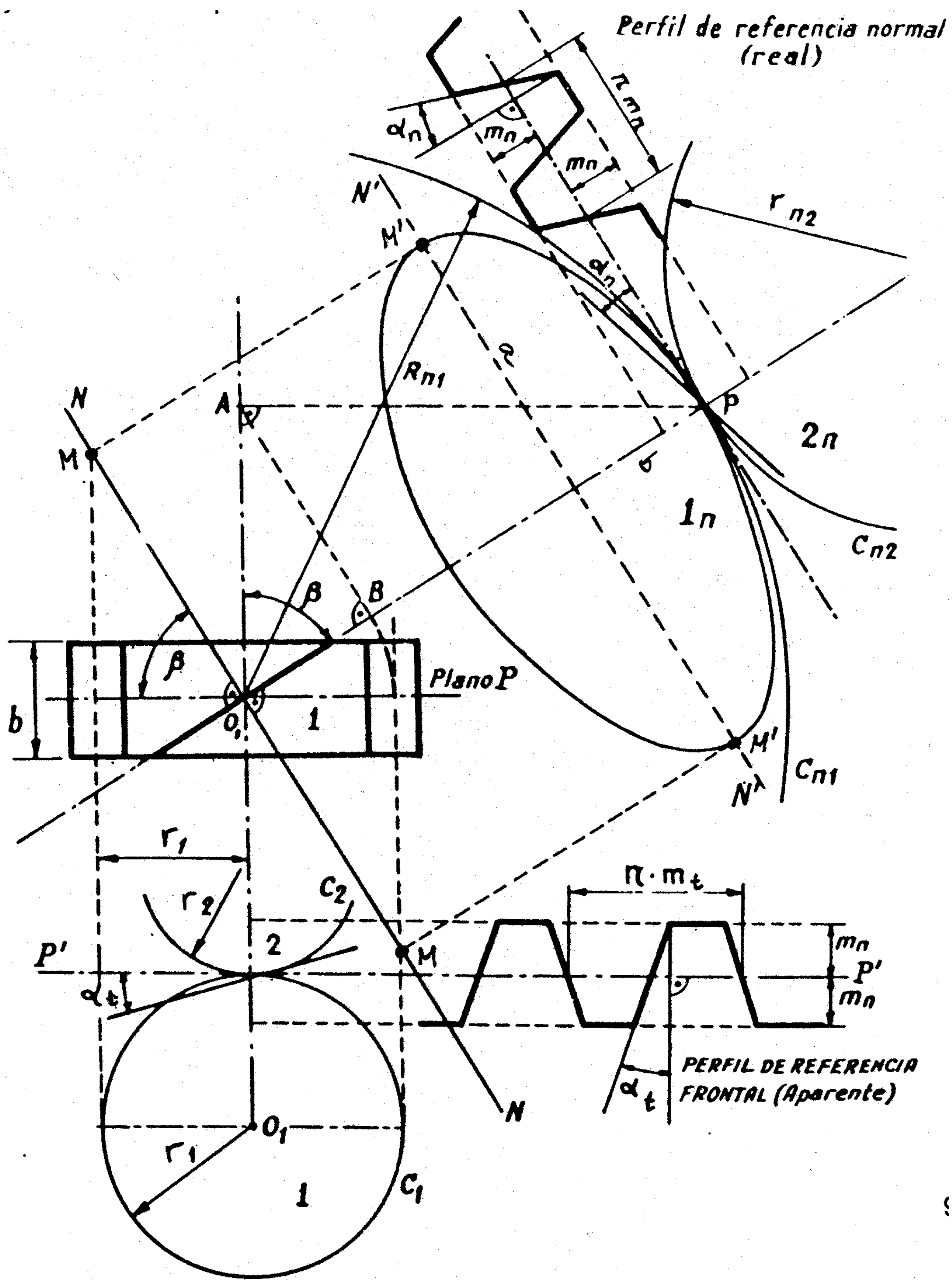
$$r_b = r\cos\alpha_t$$

queda:

$$\frac{\operatorname{tg}\beta_b}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{r\cos\alpha_t}{r} \Rightarrow \frac{\operatorname{tg}\beta_b}{\operatorname{tg}\beta} = \cos\alpha_t$$

## 4. NÚMERO DE DIENTES "IMAGINARIOS" DE UN DENTADO HELICOIDAL

Si nos colocamos sobre un plano normal a la hélice primitiva, el cilindro primitivo de radio r queda seccionado según una elipse de semieje menor OC y semieje mayor OM (ver figura). A continuación, sustituiremos la elipse, en el entorno del punto primitivo, por una circunferencia de radio igual al de curvatura de la elipse, que en dicha zona es el correspondiente al extremo del eje menor de la elipse.



Dada una elipse de semiejes mayor y menor de longitudes a y b, respectivamente, puede demostrarse que el radio de curvatura en la extremidad del eje menor vale:

$$r_n = \frac{a^2}{b}$$

Como en nuestro caso el semieje mayor es

$$a = \overline{OM} = r/\cos\beta$$

y el menor vale

$$b = \overline{OC} = r$$

el radio de curvatura de la elipse en el punto P tiene por expresión:

$$r_n = \frac{\left(r/\cos\beta_a\right)^2}{r} = \frac{r}{\cos^2\beta}$$

Teniendo en cuenta que dentro del plano de la sección el módulo es igual al módulo normal, $m_n=m_t\cos\beta$, y el ángulo de presión es el ángulo de presión normal, $\alpha_n$, podemos estudiar el dentado helicoidal dentro del plano normal como si tuviésemos un dentado recto de las características siguientes:

- Módulo: $m_n$
- Ángulo de presión: $\alpha_n$
- Radio primitivo: $r/\cos^2\beta$

Y el número de dientes "imaginario" correspondiente a este dentado será:

$$m_n = \frac{2r_n}{z_n} \Rightarrow z_n = \frac{2r_n}{m_n} = \frac{2\,r/\cos^2\beta}{m_t\cos\beta} = \frac{2r}{m_t\cos^3\beta}$$

Como el número real de dientes se mide en sección frontal, es claro que

$$z = \frac{2r}{m_t}$$

Y sustituyendo en la igualdad anterior se llega a la siguiente expresión para el número "imaginario" de dientes en un dentado helicoidal:

$$z_n = \frac{z}{\cos^3\beta}$$

Este número equivalente de dientes de una rueda helicoidal respecto a una de dentado recto se utiliza para determinar el número límite de dientes y los desplazamientos en la talla, pero no tiene ninguna otra utilidad.

El número límite de dientes de una rueda helicoidal se calcula haciendo $z=z_l$ en la anterior expresión.

$$z_{nl} = \frac{z_l}{\cos^3\beta} \Rightarrow z_l = z_{nl}\cos^3\beta = 14\cdot\cos^3\beta$$

Como en el caso de los engranajes cilíndrico-rectos, el factor de desplazamiento para talla en V viene dado por la expresión:

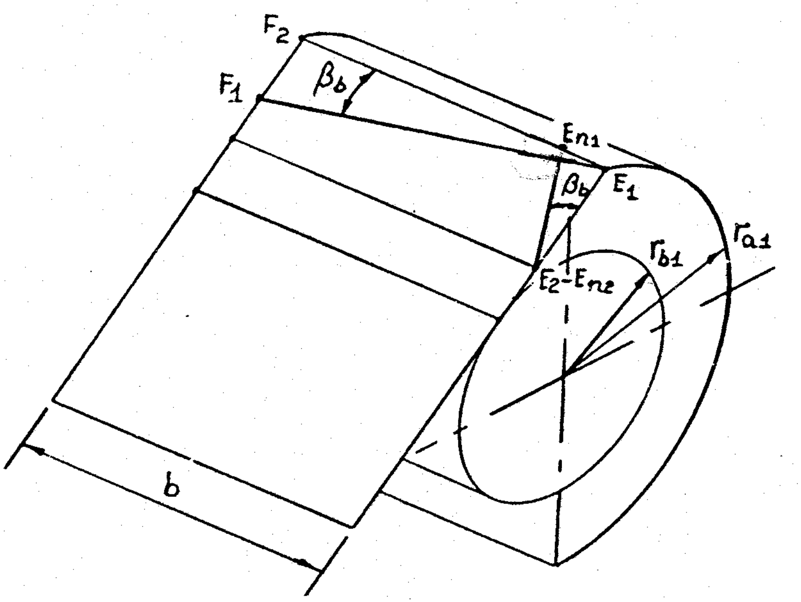
$$x = \frac{z_1 - z_n}{z_1} = \frac{17 - z_n}{17}$$

No obstante, en la práctica se trabaja con

$$x = \frac{14 - z_n}{17} = \frac{14 - z/\cos^3\beta}{17}$$

## 5. COEFICIENTE DE ENGRANE O GRADO DE RECUBRIMIENTO

En la figura, $E_1E_2$ es el segmento de engrane que, como sabemos, tiene una longitud igual al arco de conducción de los perfiles transversales medido en circunferencia básica.




El coeficiente de engrane de los perfiles transversales podrá obtenerse como cociente entre el arco de conducción y el paso, medidos ambos en circunferencia básica.

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\overline{E_1E_2}}{m_t \cdot \pi \cdot \cos\alpha_t}$$

En la figura, la recta $E_1F_1$ representa la línea de contacto entre los flancos de una pareja de dientes en la que los perfiles transversales anteriores están terminando de engranar. Sin embargo, al punto de engrane de los perfiles transversales posteriores, que en el instante de la figura se encuentra en $F_1$, le queda todavía por recorrer el segmento $F_1F_2$.

Al arco que la rueda debe girar para que el perfil transversal posterior acabe de engranar se le denomina "salto". Por las propiedades de la evolvente de círculo, el segmento $F_1F_2$ tiene una longitud igual al salto medido en circunferencia básica, $s_b$.

Llamando "b" al ancho de la rueda (véase en la figura), el salto medido en circunferencia básica puede expresarse de la manera siguiente:

$$s_b = \overline{F_1F_2} = b \cdot tg\beta_b$$

Se llama recubrimiento del salto, $\varepsilon_\beta$, al cociente entre el salto y el paso. Midiendo ambos en circunferencia básica, el recubrimiento del salto puede calcularse por la expresión siguiente:

$$\varepsilon_\beta = \frac{b \cdot tg\beta_b}{m_t \cdot \pi \cdot \cos\alpha_t}$$

Teniendo en cuenta que el arco de conducción total del dentado helicoidal es igual al arco de conducción del perfil transversal más el salto, el coeficiente de engrane del engranaje helicoidal, $\varepsilon_\gamma$, resultará ser igual al recubrimiento del perfil, $\varepsilon_\alpha$, más el recubrimiento del salto, $\varepsilon_\beta$.

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$$

En la figura anterior, $E_{n1}E_{n2}$ representa el segmento de engrane en la sección normal. El coeficiente de engrane de los perfiles normales podrá obtenerse como cociente entre la longitud del segmento de engrane $E_{n1}E_{n2}$ y el paso normal medido en circunferencia básica:

$$\varepsilon_{\alpha n} = \frac{\overline{E_{1n}E_{2n}}}{m_n \cdot \pi \cdot \cos\alpha_n}$$

De la figura puede obtenerse que

$$\overline{E_{n1}E_{n2}} = \frac{\overline{E_1E_2}}{\cos\beta_b}$$

Sustituyendo esta ecuación en la anterior, se obtiene la siguiente expresión para el coeficiente de engrane de los perfiles normales:

$$\varepsilon_{\alpha n} = \frac{\overline{E_1E_2}}{m_n \cdot \pi \cdot \cos\alpha_n \cdot \cos\beta_b}$$

He aquí el significado práctico de la relación total de contacto; si su valor es, por ejemplo, 5.4 (valor comprendido entre 5 y 6), esto significa que en ciertos instantes habrá 5 pares de dientes en contacto simultáneamente, y en otros instantes habrá 6.

Como el dentado helicoidal tiene mayor coeficiente de engrane que el recto (pues al coeficiente de engrane de los perfiles transversales se le suma el recubrimiento del salto), las ruedas helicoidales tienen más dientes en contacto que las ruedas rectas equivalentes, por lo que este tipo de ruedas se utilizan con preferencia cuando las cuestiones de silencio sean primordiales.

Indiquemos, para finalizar, que para utilizar el dentado helicoidal con cierto perfil es necesario que la relación de recubrimiento sea por lo menos igual a uno; es decir:

$$e_b \geq 1$$

## 6. NORMALIZACIÓN

En el dentado oblicuo el perfil normalizado es el perfil normal. En consecuencia, las dimensiones del dentado son las siguientes:

| | **DIMENSIONES DEL PERFIL DE REFERENCIA** | |
|---|---|---|
| | ***DENTADO NORMALIZADO*** | ***DENTADO DESPLAZADO*** |
| Ángulo de presión normal de ref. | $\alpha_n = \alpha = 20º$ | $\alpha_n = \alpha = 20º$ |
| Altura de cabeza | $h_a = m_n$ | $h_a = m_n (1+x)$ |
| Altura de pie | $h_f = 1.25\ m_n$ | $h_f = m_n (1.25 - x)$ |
| Altura de cabeza de la herram. | $h_{a0} = 1.25\ m_n$ | $h_{a0} = 1.25\ m_n$ |