

1. ENGRANAJES CILÍNDRICO RECTOS

1.1 TIPOS DE TRANSMISIONES MECÁNICAS. VENTAJAS E INCONVENIENTES.

Las transmisiones mecánicas se emplean para comunicar potencia de un órgano de un sistema mecánico a otro, y se emplean siempre que resulta necesario un cambio en la velocidad o en el par de un elemento giratorio.

Este tipo de transmisiones puede clasificarse en:

- a) Transmisiones flexibles:
 - Correas.
 - Cadenas.
 - Cables.
 - Ejes flexibles.

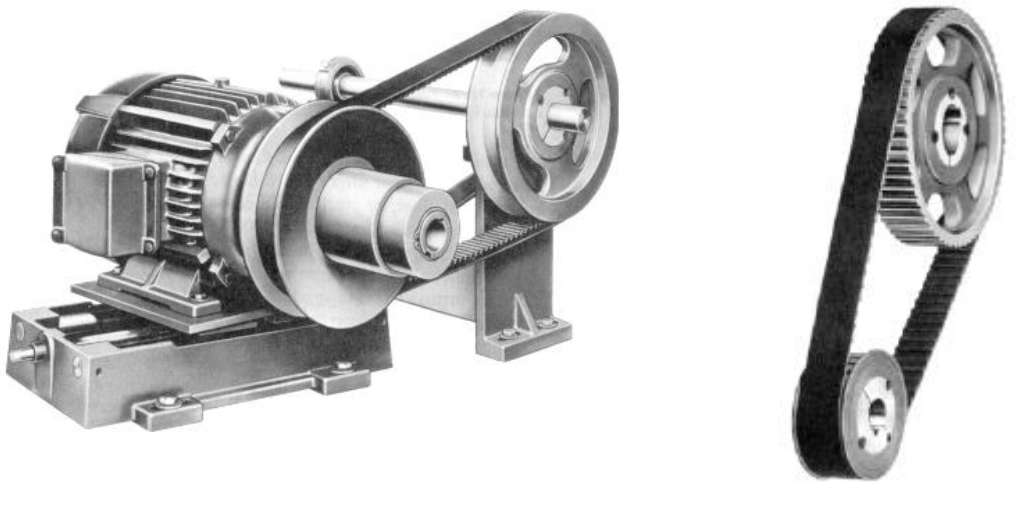


Figura 1. Transmisión por correa.

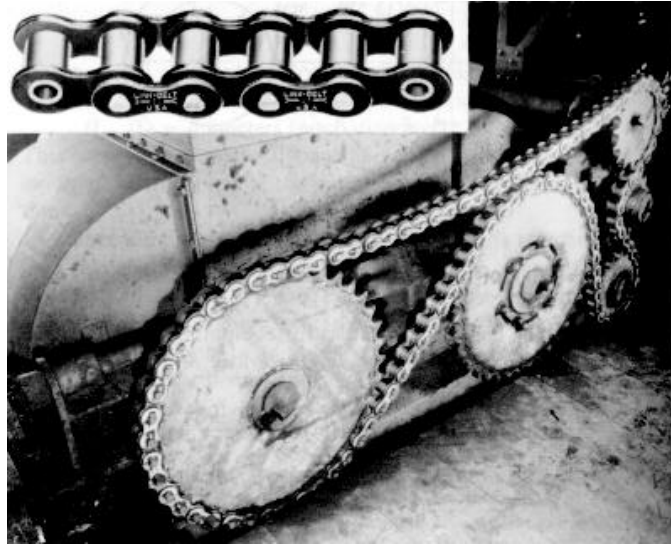


Figura 2. Transmisión por cadena.

- a) Transmisiones rígidas:
- Ruedas de fricción.
 - Engranajes.
 - Sistemas articulados (compuestos por cigüeñales, bielas, manivelas, rodamientos, juntas universales, embragues, frenos, volantes, etc.).

1.2 CORREAS Y RUEDAS DE FRICCIÓN

El modo más sencillo de transmitir movimiento de un eje a otro es mediante dos cilindros lisos en contacto. Al girar el cilindro motriz se genera una fuerza de fricción en la zona de contacto que arrastra al otro cilindro y lo hace girar también (Figura 3).

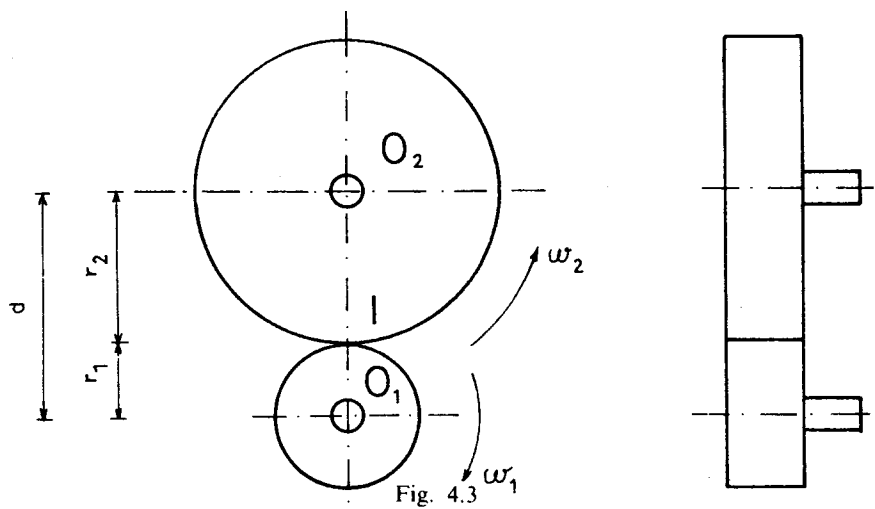


Figura 3

Teniendo en cuenta que la máxima fuerza de rozamiento disponible viene dada por la conocida expresión:

$$F = \mu \cdot N$$

es evidente que la fuerza tangencial, y por tanto el par a transmitir están limitados.

Según esto, cuando la fuerza de fricción sea inferior a $\mu \cdot N$ todas las ruedas tendrán la misma velocidad en el punto de contacto, y por tanto el movimiento será de rodadura pura; sin embargo, si el par demandado requiere una fuerza tangencial superior a la máxima disponible se producirá deslizamiento entre ambos cilindros.

Las correas planas y las trapeciales son una variante de este tipo de transmisión, puesto que también transfieren potencia mecánica mediante fricción, y también presentan el riesgo de que se produzca deslizamiento entre la banda y las poleas.

Aparte del fenómeno de desgaste ocasionado por el deslizamiento, los principales inconvenientes que presenta este, son la baja capacidad de transmisión de potencia y la falta de sincronía entre los movimientos de entrada y salida. Esto supone un grave inconveniente, ya que ante una entrada con par y velocidad constantes se obtendría una salida con par y velocidad variables.

Frente a este serio inconveniente, las correas presentan otra serie de ventajas, tales como:

- Gran distancia entre centros.
- Bajo nivel de ruido y vibraciones
- Bajo coste.
- Escaso mantenimiento (no requieren lubricación).

Sin embargo para aquellas aplicaciones que exijan una sincronía total entre la entrada y la salida, deben incorporarse medios de trabamiento (aristas que entran en ranuras) para evitar el deslizamiento. Esto da lugar a los engranajes y a las correas dentadas.

Otro tipo de transmisión muy empleado son las cadenas, cuyas características son intermedias entre las de las bandas de fricción y los engranajes. No se produce deslizamiento, y puede ser la solución más adecuada cuando el eje de entrada y el de salida están muy alejados.

1.3 TIPOS DE ENGRANAJES

Los engranajes pueden clasificarse atendiendo a la posición relativa entre el eje de entrada y el de salida.

- a) Ejes paralelos (engranajes cilíndricos)
- Rectos:
 - Externos.
 - Internos.
 - Helicoidales (Oblicuos):
 - Simples.
 - Dobles.
 - De esqueleto de pescado.(Herringbone)



Figura 4. Cilíndrico Recto Externo.



Figura 5. Cilíndrico Recto Interno.



Figura 6. Cilíndrico Oblicuo Simple.



Figura 7. Cilíndrico Oblicuo Doble.

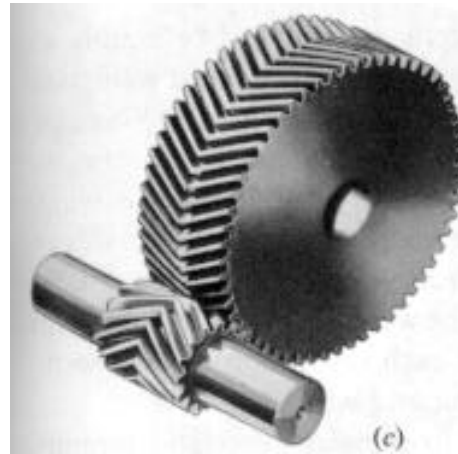


Figura 8. Cilíndrico Oblicuo Herringbone.

- b) Ejes que se cortan (engranajes cónicos).
- Cónicos Rectos.
 - Cónicos Helicoidales.
 - Zerol.
 - De Corona y Piñón Cilíndrico



Figura 9. Cónico Recto.



Figura 10. Cónico Recto.



*Figura 12. Cónico
Helicoidal.*

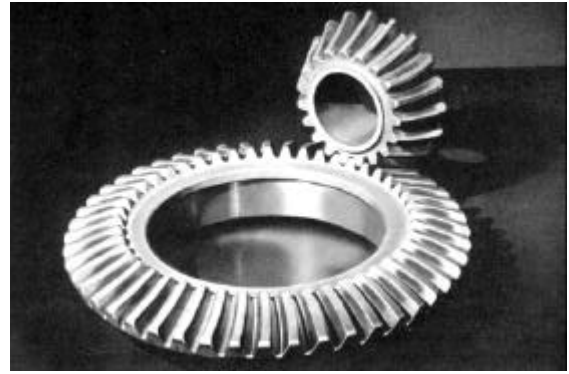


Figura 13. Zerol

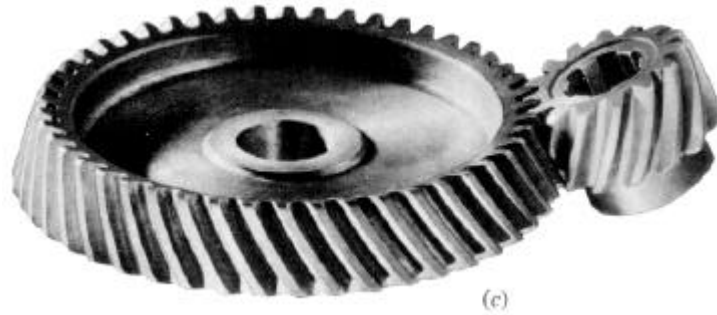


Figura 11. De Corona y Piñón Cilíndrico



*Figura 14. Helicoidal
Cruzado*



*Figura 15. De Sinfín-
Corona*



*Figura 16. De Sinfín
Cavex.*

- c) Ejes que se cruzan en el espacio (engranajes hiperbólicos)
- Helicoidales cruzados.
 - De Sinfín Corona.
 - De Sinfín Cavex.
 - De Sinfín Envolverte.
 - Hipoidales.
 - Espiroide.
 - Helicon.
 - Beveloid



Figura 19. De Sinfín Evolverte.



Figura 17. Hipoidal



Figura 18. Helicon

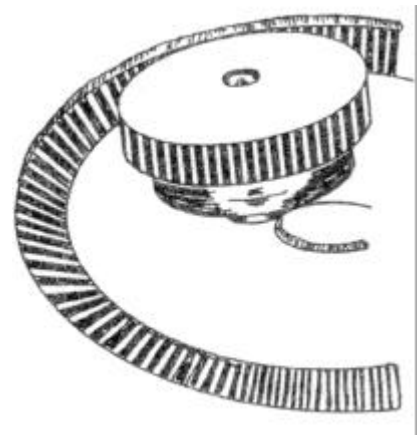


Figura 20. Beveloid

1.3.1 ENGRANAJES CILÍNDRICOS DE DENTADO RECTO

Son de contorno cilíndrico y tienen sus dientes paralelos al eje de rotación.

- **Ventajas:** Son simples y con bajos costes de fabricación y mantenimiento.
- **Inconvenientes:** Funcionamiento ruidoso. Para muy alta transmisión de potencia son recomendables los helicoidales pues presentan un modulo aparente mayor.

1.3.2 ENGRANAJES CILÍNDRICOS DE DENTADO HELICOIDAL

Son de contorno cilíndrico y tienen los dientes inclinados (no paralelos al eje de giro).

- **Ventajas:** Al producirse el engrane de forma progresiva su funcionamiento es mas suave y silencioso. Además transmiten mas carga que los engranajes rectos de iguales dimensiones, debido a la forma ligeramente mas gruesa del diente en un plano perpendicular al de rotación.
- **Inconvenientes:** Son mas caros, y al estar inclinados, generan cargas axiales y momentos flectores, por lo que se necesitan cojinetes de empuje axial.

Nota: En los engranajes bihelicoidales y los de “espina de arenque”, la componente transversal de la carga se anula por simetría, pero son más caros y difíciles de fabricar, por lo que sólo se emplean en aplicaciones de gran potencia de transmisión.

1.3.3 ENGRANAJES CÓNICOS

Se emplean para transmitir el movimiento de giro entre ejes que se cortan.

Así como los engranajes cilíndricos están basados en el movimiento de dos cilindros cuyo movimiento relativo es de rodadura, los engranajes cónicos se basan en el de dos conos en contacto rodante.

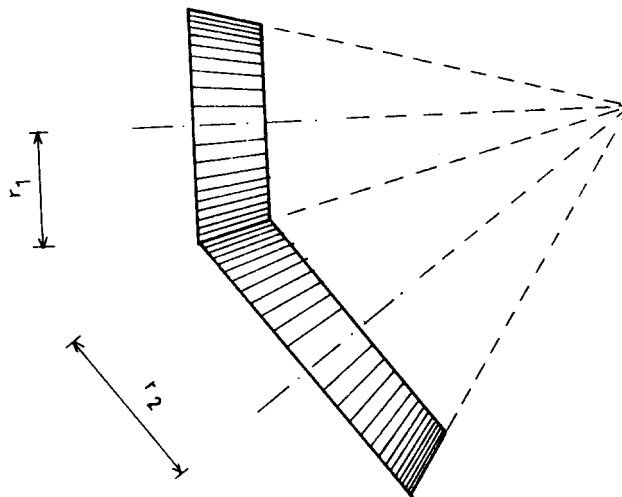


Figura 21. Engranaje cónico.

- **Cónicos Rectos:** Los dientes tienen borde rectilíneo, y apuntan hacia el vértice del cono.

- Cónico Helicoidales: Los dientes son curvos y forman una espiral en la superficie cónica .
- Zerol: (Desarrollados por la compañía Gleason Works) Son similares a los helicoidales, pero los dientes están dispuestos de modo que la carga axial sea equivalente a la que se tendría en un engranaje con dientes rectos.
- De Corona y Piñón Recto: Corona cónica y piñón cilíndrico. Su capacidad de transmisión es pequeña.

1.3.4 ENGRANAJES HIPERBÓLICOS

Transmiten el movimiento entre ejes que se cruzan en el espacio.

Están basados en hiperboloides de revolución, en cuya superficie pueden agregarse dientes, del mismo modo que se agregan a los cilindros rodantes en que se basan los engranajes cilíndricos.

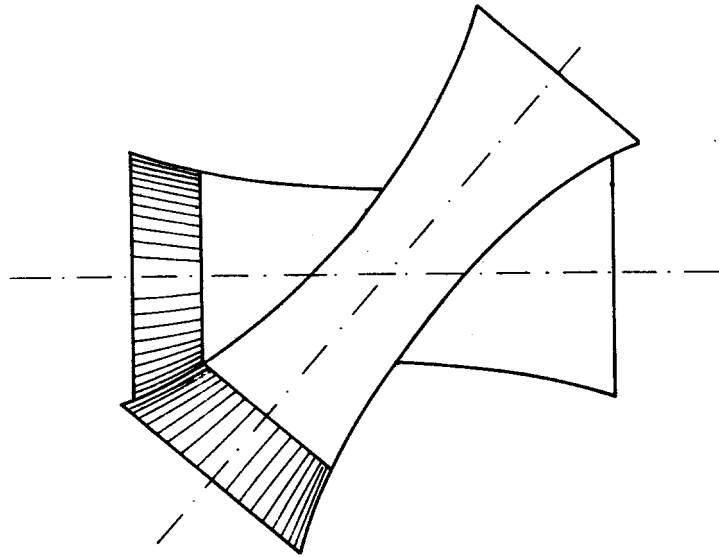


Figura 22

- Helicoidales Cruzados: Similares a los helicoidales convencionales. Poca capacidad de carga, por tener área de contacto reducida.
- De Sinfín Corona: El sinfín es un engranaje helicoidal recto, en el que el ángulo de la hélice se aumenta tanto que sólo existe un diente dispuesto de forma continua con varias vueltas como suceda en un tornillo. El sinfín se conecta a un elemento especial llamado corona de sinfín, cuyo eje es perpendicular al anterior. Ofrece un gran área de contacto por lo que puede transmitir grandes cargas.
- De Sinfín Cavex: (Desarrollado por Cleveland Worm & Gear, Div., Eator Corp.). Consta de un sinfín cóncavo que engrana con una rueda convexa.
- De Sinfín Evolvente: (Desarrollado por Cone-Drive, Ex-Cell-o Corp.). Sinfín con perfil similar a un reloj de arena. Tiene doble cuerda evolvente para aumentar arrea de contacto.
- Hipoidal: Similar al cónico helicoidal, pero los ejes se cruzan.
- Espiroide:(Desarrollado por Spiroid D.N.). Piñón cónico y corona.
- Beveloid: (Desarrollado por Invincible Gear Co.).

1.4 PALANCAS RODANTES

Es muy raro que a lo largo del proyecto de una máquina no surja la necesidad de transmitir un movimiento de rotación de un eje a otro, con una determinada relación entre las velocidades angulares, que llamaremos relación de transmisión.

Consideremos dos elementos cualesquiera de un sistema mecánico, que giren en torno a sendos ejes fijos O_1 y O_2 , siendo conocida la velocidad angular ω de uno de ellos.

Para que la transmisión del movimiento sea uniforme, es necesario que ambos cuerpos se mantengan permanentemente en contacto; es decir, que no penetre el uno en el otro y que no se separen.

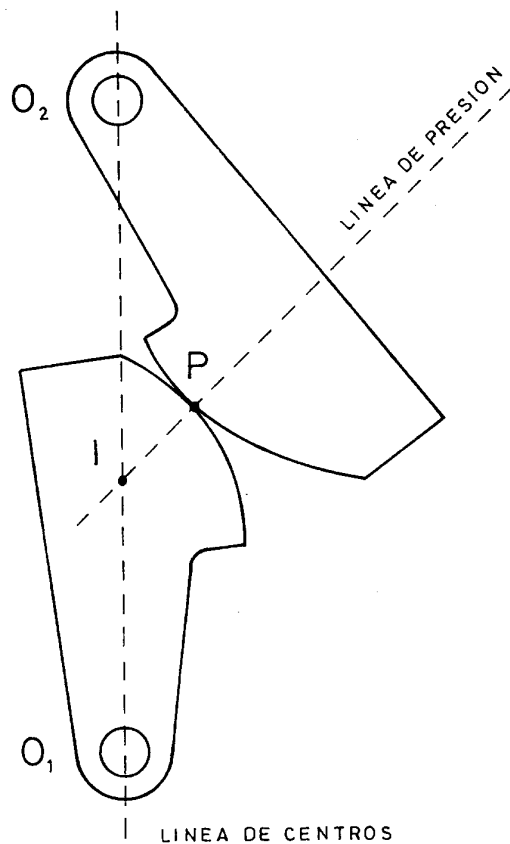


Figura 23

1.4.1.1 Condición de contacto permanente

Para que no se produzcan ni despegue ni penetración, las componentes de la velocidad del punto de contacto, A, en la dirección de la normal común a ambos perfiles deben ser iguales, pues de lo contrario el movimiento relativo de los dos cuerpos sería de separación o penetración. Así pues:

$$v_{nA1} = v_{nA2}$$

1.4.1.2 Relación de transmisión constante

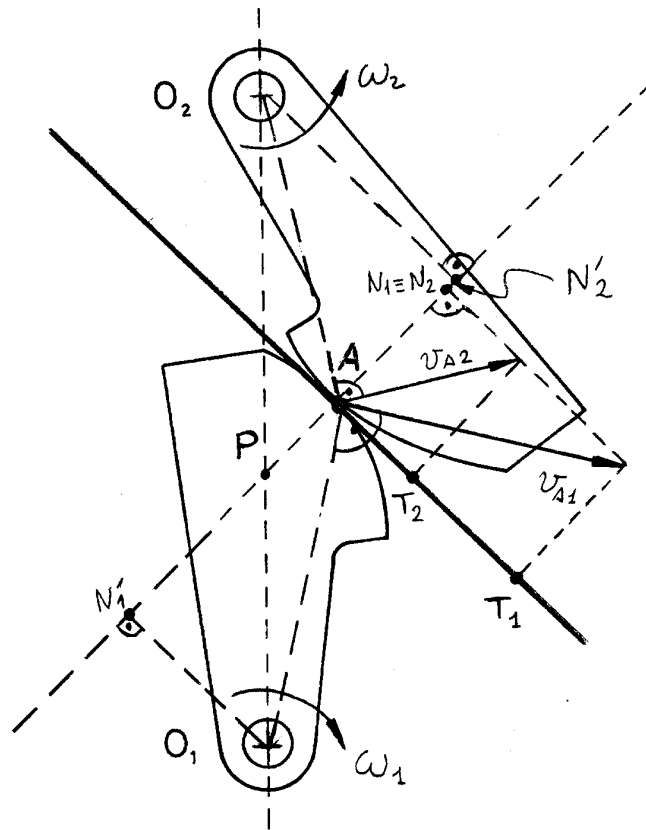


Figura 24

Como se verá más adelante, no siempre es posible conseguir un movimiento relativo de rodadura pura. Pero independientemente de que esto ocurra o no, interesará que la relación de transmisión sea constante para que, ante una velocidad angular de entrada constante, la velocidad de salida no presente oscilaciones.

$$i = \frac{w_{\text{Salida}}}{w_{\text{Entrada}}} = \frac{w_2}{w_1}$$

Como

$$v = w \cdot r \Rightarrow w = \frac{v}{r}$$

Y por tanto

$$i = \frac{v_{A2} / \frac{O_2 A}{r_2}}{v_{A1} / \frac{O_1 A}{r_1}}$$

Teniendo en cuenta que el triángulo \$O_1\$-A-\$N'_1\$ es semejante al \$v_{A1}\$-\$N_1\$-A y que el triángulo \$O_2\$-A-\$N'_2\$ es semejante al \$v_{A2}\$-\$N_2\$-A, es claro que

$$\frac{v_{A1}}{O_1A} = \frac{\overline{AN_1}}{O_1N'_1} \quad \text{y} \quad \frac{v_{A2}}{O_2A} = \frac{\overline{AN_2}}{O_2N'_2}$$

De aquí se deduce que

$$i = \frac{\overline{AN_2} / O_2N'_2}{\overline{AN_1} / O_1N'_1}$$

Y exigiendo el cumplimiento de la condición de contacto permanente, se tiene que

$$v_{nA1} = v_{nA2} \Rightarrow \overline{AN_1} = \overline{AN_2} \Rightarrow i = \frac{\overline{O_1N'_1}}{\overline{O_2N'_2}}$$

Si se toma ahora el punto P de corte de la línea de centros con la normal común a ambos perfiles, al ser semejantes los triángulos $O_1-N'_1-P$ y $O_2-N'_2-P$, se llega a la siguiente expresión para la relación de transmisión:

$$i = \frac{\overline{O_1P}}{\overline{O_2P}}$$

Y si se exige que la relación de transmisión sea constante, al ser O_1 y O_2 puntos fijos, también deberá serlo el punto P.

Es decir, el punto de corte de la normal común a ambos perfiles con la línea de centros debe ser un punto fijo. Los perfiles que cumplen esta condición se llaman **PERFILES CONJUGADOS**.

Según esto, podríamos conseguir una relación de transmisión constante por medio de dos perfiles adecuados que se mantuvieran en contacto (perfiles conjugados). Ahora bien, en este contacto se produce, en general, un deslizamiento de un perfil respecto al otro. Sería ideal conseguir un par de perfiles que rodasen el uno respecto al otro sin deslizamiento, puesto que así se evitaría el desgaste. Tales perfiles reciben el nombre de **PERFILES RODANTES**.

1.4.1.3 Condición de rodadura pura

Teniendo en cuenta que el deslizamiento es igual a la diferencia entre las velocidades tangenciales en el punto de contacto, la única posibilidad de que no exista deslizamiento es que ambas componentes sean iguales. Es decir:

$$v_{tA1} = v_{tA2}$$

Como además ambos perfiles deberán permanecer en contacto, debe satisfacerse también la relación

$$v_{nA1} = v_{nA2}$$

La única posibilidad de que se satisfagan simultáneamente ambas condiciones es que

$$\vec{v}_{A1} = \vec{v}_{A2}$$

Y como $v_{A1} \perp O_1A$ y $v_{A2} \perp O_2A$, es preciso que los puntos O_1 , O_2 y A estén alineados. Por tanto, para que no exista deslizamiento el contacto debe producirse sobre la línea de centros.

Nótese que dos perfiles pueden ser conjugados o pueden ser rodantes, pero no necesariamente las dos cosas al mismo tiempo.

Consideremos ahora un par de perfiles rodantes en los que, además de no existir deslizamiento, quisiéramos obtener una relación de transmisión constante. La primera condición exige que el contacto se produzca siempre sobre un punto de la línea de centros, y la segunda que la normal común pase por un punto fijo sobre dicha línea. El único par de perfiles que cumplen esta condición es un par de circunferencias.

Pasando al terreno práctico, si los ejes entre los que debe transmitirse el movimiento son paralelos, el mecanismo más simple que cumple las anteriores condiciones es el formado por un par de cilindros arrastrándose por fricción.

En este caso, la relación de transmisión será

$$i = \frac{w_2}{w_1} = \frac{v_2/r_2}{v_1/r_1}$$

Cuando no existe deslizamiento,

$$v_2 = v_1 \Rightarrow i = \frac{r_1}{r_2}$$

Si los ejes giran en el mismo sentido, uno de los cilindros deberá ser interior al otro, según se indica en la Figura 25. Si los ejes giran en sentido contrario se adopta la posición mostrada en la Figura 26.

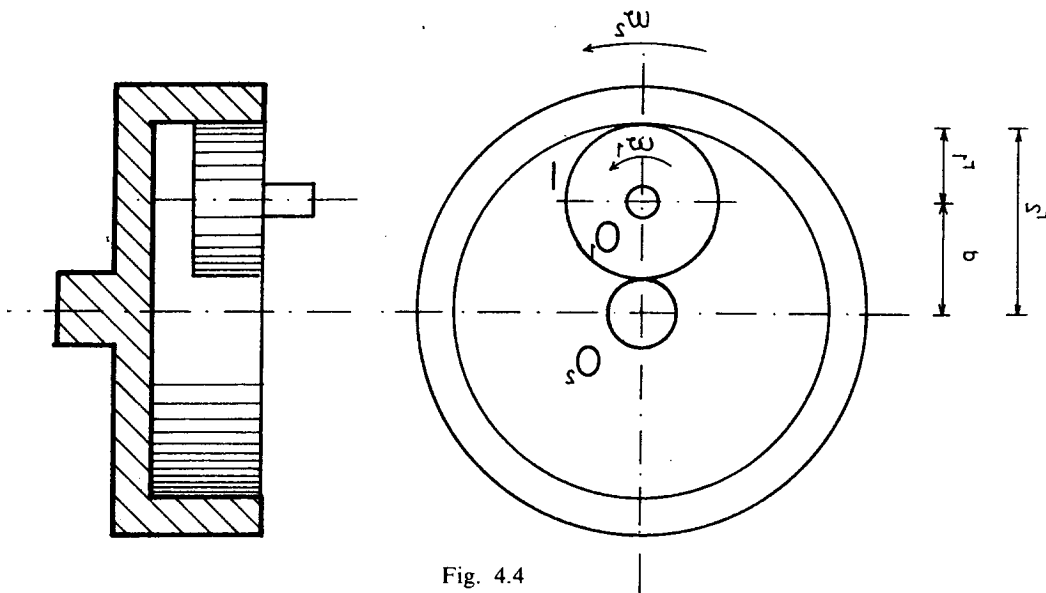


Fig. 4.4

Figura 25

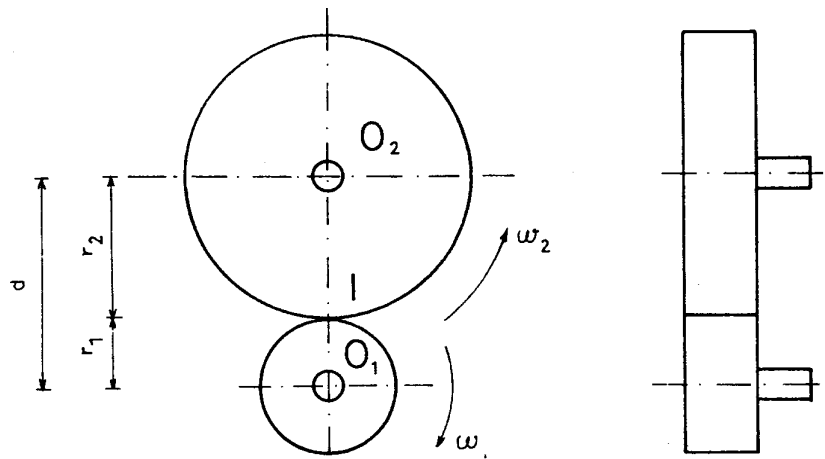


Figura 26

Si los ejes se cortan, ya no podemos analizar el problema como en el caso plano, pero puede comprenderse por su similitud con los cilindros en el caso de ejes paralelos, que el movimiento entre los ejes podría transmitirse por la fricción entre dos superficies cónicas, tal como se indica en la Figura 27.

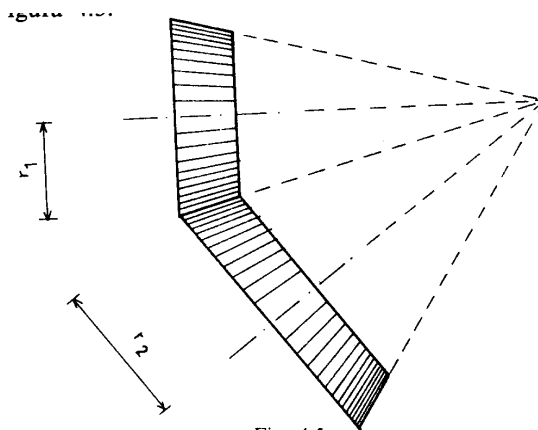


Fig. 4.5
Figura 27

Como en el caso de los cilindros, la relación de transmisión será el cociente entre los radios de las circunferencias básicas.

$$i = \frac{r_1}{r_2}$$

Las superficies de los conos ruedan la una respecto a la otra sin deslizar.

Cuando los ejes se cruzan resulta interesante la utilización de dos hiperboloides de revolución Figura 28, que aunque no realizan una rodadura pura, sus superficies son tangentes continuamente durante todo el giro.

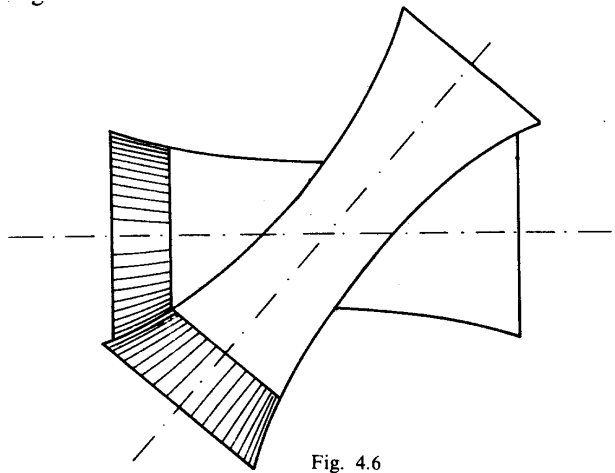


Fig. 4.6

Figura 28

En todos los casos comentados, el movimiento se transmite por fricción lo que, aunque satisfactorio en muchos casos, tiene una limitación técnica muy importante, pues sólo se permite la transmisión de potencias relativamente bajas. Esto es debido a que la fuerza máxima de rozamiento que se puede obtener viene dada por la conocida expresión

$$F_{max} = m \cdot N$$

Mientras la fuerza en la interfase sea inferior a este valor, el mecanismo funcionará adecuadamente. Pero si el par demandado exige que la fuerza tangencial sea superior a la máxima disponible se producirá el fenómeno de deslizamiento. Este serio inconveniente obliga a abandonar la realización de este tipo de transmisiones en los casos en que la potencia a transmitir sea superior a lo adecuado a tales mecanismos, o bien cuando se quiera asegurar una perfecta sincronía entre las velocidades de entrada y salida (relación de transmisión constante) en las ocasiones en que los mecanismo de fricción, por su posibilidad de resbalamiento, no podrían garantizarla.

Para evitar el posible deslizamiento se resuelve el problema incorporando medios de trabamiento (aristas que entran en ranuras) en los elementos rodantes en contacto. Esto da lugar a las ruedas dentadas, que al engranar entre sí forman un engranaje.

1.5 PERFILES CONJUGADOS. TRANSMISIÓN DEL MOVIMIENTO CON RELACIÓN CONSTANTE DE LA VELOCIDAD ANGULAR.

Para evitar el deslizamiento entre los elementos rodantes en contacto, bastaría con incorporar en ellos dientes de cualquier forma. De hecho, los engranajes primitivos (conocidos ya desde el 200 A.C.) estaban formados por ruedas giratorias a las que se fijaban elementos de formas rudimentarias. Estos engranajes se empleaban en transmisiones que requerían bajas potencias y velocidades (molinos de viento, ruedas hidráulicas, etc.).

Con la aparición del motor de vapor, a mediados del s. XVIII, los pares y velocidades a transmitir se incrementaron tanto que ya no fue posible seguir empleando los engranajes tal y como se habían concebido hasta entonces, ya que la transmisión no era uniforme, y a las altas velocidades de funcionamiento se producían choques entre los dientes que acababan destruyéndolos. Fue en este momento cuando se hizo necesaria la obtención de dientes con un perfil que diese lugar a una transmisión uniforme; es decir, tales que la relación de velocidades angulares de entrada y salida fuese constante.

Como se ha visto ya, cuando los perfiles de los dientes se diseñan de modo que produzcan una relación constante de velocidades angulares durante el funcionamiento en contacto, se dice que tienen acción conjugada.

En teoría, puede seleccionarse arbitrariamente un perfil para un diente y luego hallar el perfil de los dientes en la rueda compañera que produzcan la acción conjugada.

Vamos a comprobar que para cualquier perfil que demos a los dientes de una rueda, siempre encontraremos un perfil para los de la otra rueda, que sea conjugado del primero. Este perfil se puede encontrar fácilmente sabiendo que el movimiento del engranaje equivale al de un cilindro rodando sobre otro sin deslizar. Si consideramos dos cilindros de cartón y sobre uno de ellos se pega otro trozo de cartón con la forma del diente. Si ahora se mantiene uno de los cilindros quieto, y el otro con el diente se hace rodar sobre él, el diente va tomando distintas posiciones sobre el cartón fijo. Si con un lápiz se van dibujando sobre el cartón fijo las sucesivas posiciones del diente, se obtiene una familia de curvas. La envolvente de estas curvas es el perfil conjugado del diente. En efecto, ambos perfiles se tocan entre sí en todas las posiciones, y al mismo tiempo cumplen la condición de que las superficies de rodadura a las que sustituyen sean dos cilindros rodantes.

Este método para encontrar dos perfiles conjugados se llama método de generación, y según veremos luego, constituye la base de la talla de perfiles por generación. En las talladoras de engranajes el diente de cartón de la figura se convierte en una herramienta de bordes cortantes que, además del anterior movimiento de rodadura, tiene un movimiento de vaivén perpendicular al plano del papel. En cada vaivén la herramienta corta un trozo del hueco entre dientes de la rueda que está tallando.

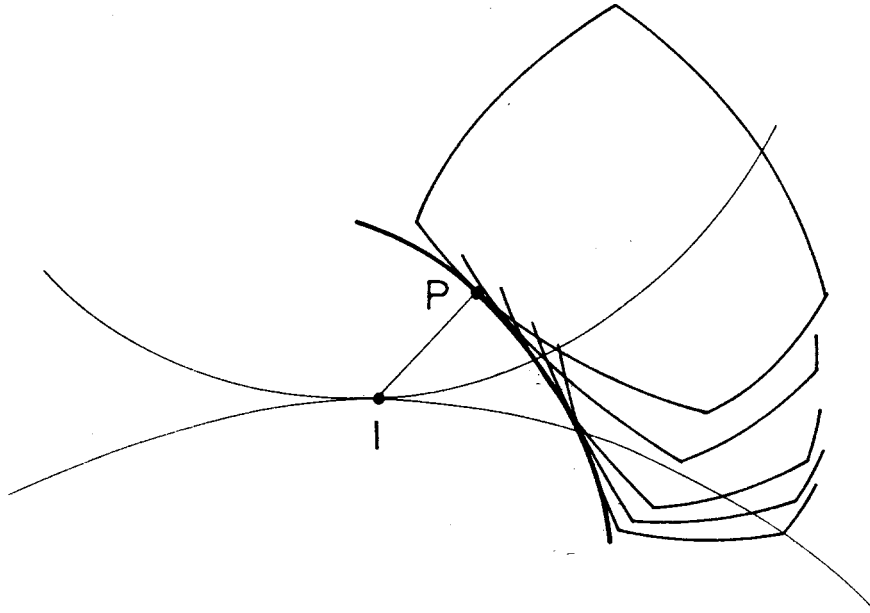


Figura 29. Método de generación de perfiles conjugados.

El mismo método de generación permite ver que la única limitación que existe para encontrar un perfil conjugado de otro es que exista la anterior envolvente. Si el perfil es convexo en todos sus puntos siempre admite una envolvente. Por otra parte, para ser utilizables como dientes de un engranaje, estos dos perfiles deben cumplir también la condición de ser totalmente exteriores uno al otro en cualquier posición.

A pesar de poder emplearse cualquier pareja de perfiles conjugados, consideraciones de tipo práctico limitan el número de perfiles conjugados para dientes de engranajes a dos tipos de curvas: CICLOIDE y EVOLVENTE DE CÍRCULO.

Desde la Revolución Industrial hasta principios de siglo, la más empleada fue la cicloide, pero debido a que la evolvente permite mayor versatilidad al diseñar, y a que presenta ciertas ventajas inherentes a su geometría que describiremos más adelante, en la actualidad el perfil de evolvente es el de uso universal para dientes de engranajes, con algunas contadas excepciones como mecanismos de relojería y bombas de engranajes.

1.6 PERFIL DE EVOLVENTE. CARACTERÍSTICAS

La evolvente de círculo es una curva generada por un punto fijo, P, de una recta que rueda sin deslizar sobre una circunferencia, denominada CIRCUNFERENCIA BÁSICA. De manera informal, puede describirse como la curva que traza el extremo de una cuerda tensa que se desenrolla de un cilindro.

En la Figura 30 se muestra un lápiz atado al extremo de un cordel que está enrollado alrededor del círculo básico. Si se desenrolla el cordel manteniéndolo tenso, el lápiz describirá una evolvente de círculo. Deben señalarse tres propiedades importantes:

- El cordel siempre es tangente a la circunferencia básica.
- El centro de curvatura de la evolvente se halla siempre en el punto de tangencia del cordel con el círculo de base.
- El cordel es el radio instantáneo de curvatura de la evolvente, por lo que la evolvente es siempre normal al cordel que la genera.

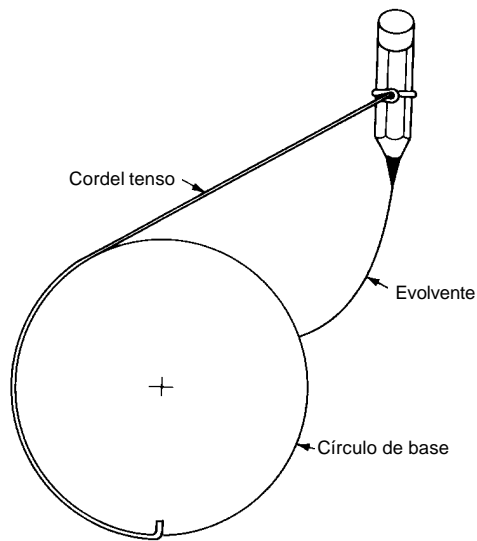


Figura 30. Generación del perfil de evolvente

Seguidamente analizaremos el perfil de evolvente para ver cómo satisface el requisito de transmisión de movimiento uniforme.

Para entender mejor el funcionamiento de los engranajes de perfil de evolvente, imaginemos un hilo que se enrolla en el sentido del reloj alrededor de un carrete de centro O_1 , se estira bien y luego se enrolla en el sentido contrario alrededor del otro carrete de centro O_2 , (ver figura siguiente).

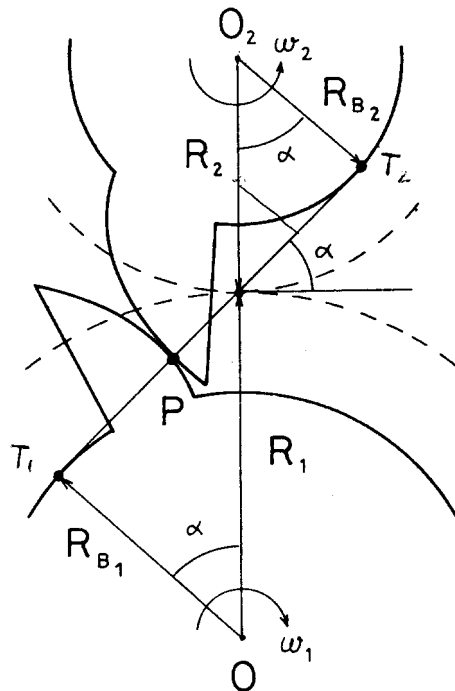


Figura 31. Línea de engrane generada por el perfil de evolvente.

Si los carretes giran en sentidos opuestos de modo que el hilo se mantenga tenso entre los puntos de tangencia T_1 y T_2 , este se desenrollará de uno de los carretes y se enrollará en el otro.

Imaginemos también pegado a cada carrete, en la dirección del plano de la figura, un cartón más grande que el carrete y que gira con él. Un punto determinado, P, del hilo, al pasar de un carrete al otro, dibujará sobre estos cartones dos evolventes de círculo, que en cada instante estarán en contacto en el punto P, y que además giran con sus correspondientes carretes.

Nótese que como estas dos curvas son siempre normales al hilo, resultan tangentes entre sí en todas las posiciones (puesto que el hilo es único). Así pues, el segmento T_1T_2 es la normal común a ambos perfiles en el punto de contacto, independientemente de la posición que ocupe el punto P, llamado **punto de engrane**, y cortará a la línea de centros en un punto único, llamado **punto primitivo**.

Si ahora recortamos en los cartones dos dientes que tengan este perfil, se comprende que haciendo engranar estos dientes se produce el mismo movimiento que al estirar el hilo.

De lo anterior se deduce que:

- Dos perfiles de evolvente puestos en contacto lo harán a lo largo de la tangente común a sus respectivas circunferencias básicas, por lo que dicha línea recibe el nombre de **segmento de engrane**.
- Sea cual sea la posición del punto de contacto sobre dicha línea de engrane, dicha línea coincidirá con la normal común a ambos perfiles trazada por el punto de engrane.

Observe el lector que el diámetro de ambas circunferencias básicas ha sido elegido de forma arbitraria, de lo que se deduce que dos perfiles de evolvente cualesquiera siempre son conjugados entre sí. Esta propiedad confiere a este tipo de dientes una gran versatilidad a la hora de diseñar, como ya se apuntó anteriormente.

1.7 LEY FUNDAMENTAL DEL ENGRANE

La ley fundamental del engrane expresa que la relación de velocidad angular entre los elementos de una transmisión de engranajes debe permanecer constante en toda la conexión. Teniendo en cuenta la definición de perfiles conjugados, esta ley puede formularse también de un modo más formalmente cinemático como sigue: *“La normal común a los perfiles de los dientes, en todos los puntos de contacto dentro del engranado, deben pasar siempre por un punto fijo de la línea de centros, llamado punto primitivo”*.

Observando las propiedades del perfil de evolvente obtenidas en el apartado anterior, resulta evidente que dicho perfil satisface la ley fundamental del engrane. No obstante, comprobaremos de forma analítica que, en efecto, la relación de transmisión en ruedas dentadas con perfil de evolvente permanece constante.

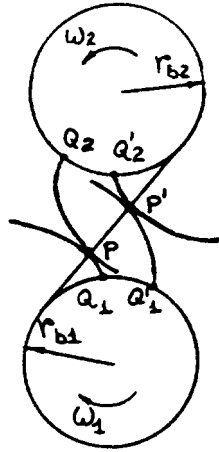


Figura 32

Por la construcción de la evolvente, es claro que la longitud recorrida por el punto de contacto a lo largo de la línea de engrane, PP' , es igual al arco girado por ambas circunferencias básicas.

$$\overline{PP'} = \overline{Q_1Q'_1} = \overline{Q_2Q'_2}$$

Llamando α_1 y α_2 a los ángulos girados por ambas ruedas, se tienen que:

$$\begin{aligned} \overline{Q_1Q'_1} &= a_1 r_{b1} \\ \overline{Q_2Q'_2} &= a_2 r_{b2} \end{aligned} \Rightarrow a_1 r_{b1} = a_2 r_{b2} \Rightarrow$$

$$w_1 \cdot \Delta t \cdot r_{b1} = w_2 \cdot \Delta t \cdot r_{b2} \Rightarrow \frac{w_1}{w_2} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$$

donde r_{b1} y r_{b2} son los radios de las circunferencias básicas.

Según esto, dos perfiles de evolvente transmiten el movimiento con relación de transmisión, i , de valor constante e igual a la razón de sus respectivas circunferencias básicas:

$$i = \frac{w_2}{w_1} = \frac{r_{b1}}{r_{b2}} = \text{cte.}$$

1.8 NOMENCLATURA DE ENGRANAJES

Daremos a continuación una serie de definiciones de los principales elementos y parámetros que caracterizan a los engranajes.

1.8.1 PARÁMETROS CORRESPONDIENTES A UNA PAREJA DE RUEDAS DENTADAS

- **Piñón**: es la rueda dentada de menor diámetro de un engranaje.
- **Rueda**: es la rueda dentada de mayor diámetro.

- **Circunferencias de base** (de radio r_b): son las circunferencias a partir de las cuales se generan los perfiles de evolvente.
- **Línea de centros**: es la línea que une los centros, O_1 y O_2 de las dos circunferencias básicas.
- **Línea de engrane**: es la tangente común a las circunferencias básicas, y sobre la cual se produce el contacto entre los dientes.
- **Punto primitivo, C'** : es el punto de intersección de la línea de engrane con la línea de centros.
- **Circunferencias primitivas de funcionamiento** (de radio r'): son las circunferencias de las teóricas ruedas de fricción a las que se han incorporado los dientes. Sus centros son coincidentes con los de las circunferencias básicas, y su radio es tal que el movimiento de rodadura entre ambas tendría lugar en el punto primitivo, C' .
- **Ángulo de presión de funcionamiento, α'** : es el ángulo que forma la línea de presión con la tangente común a las circunferencias primitivas en el punto C' .

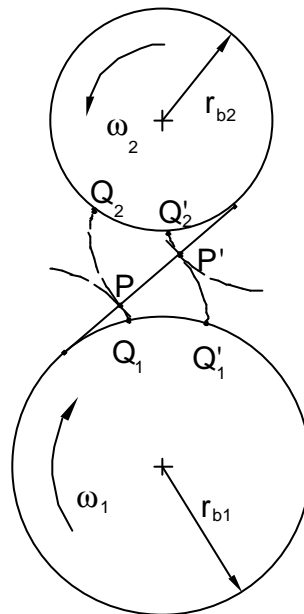


Figura 33

Observe el lector que si la distancia entre centros tuviese que variar respecto a la de diseño, la línea de acción pasaría a ser la nueva tangente común a las circunferencias de base, por lo que el ángulo de presión se modificaría y lo harían también los radios de las circunferencias primitivas, que son tangentes en dicho punto. Por tanto, no tiene sentido hablar de radios primitivos para una rueda sola, puesto que las circunferencias primitivas sólo quedan definidas al engranar una rueda con otra.

1.8.2 PARÁMETROS CORRESPONDIENTES A UNA RUEDA AISLADA

Antes de continuar con nuevos parámetros, es preciso definir una circunferencia primitiva de referencia que se utiliza, como su propio nombre indica, para referir a ella las magnitudes geométricas de una rueda aislada, y el ángulo de presión de referencia asociado a ella.

- **Circunferencia primitiva de referencia** (de radio r) y **ángulo de presión de referencia**, α : la circunferencia primitiva de referencia sería aquella a la que le correspondería un ángulo de presión de referencia, α , que está normalizado a 14.5, 20 y 25°, siendo el de 20° el valor más habitual.

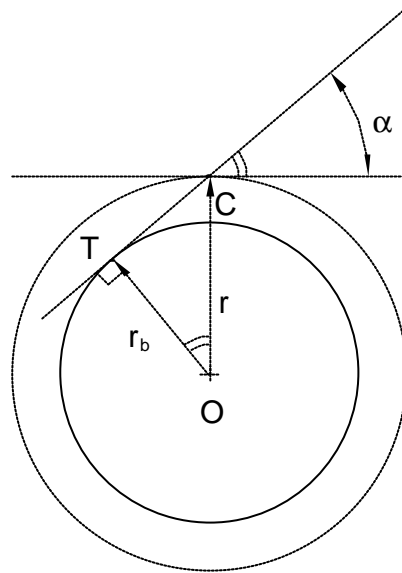


Figura 34

De la figura anterior se deduce que:

$$r_b = r \cdot \cos \alpha \Rightarrow r = \frac{r_b}{\cos \alpha} \Rightarrow i = \frac{r_{b1}}{r_{b2}} = \frac{r_1}{r_2}$$

- **Número de dientes de la rueda, z**
- **Paso, p**: es la distancia entre puntos homólogos de dos perfiles consecutivos de una misma rueda, medida sobre la circunferencia primitiva de referencia. Para una rueda de z dientes, el paso viene dado por:

$$p = \frac{2pr}{z}$$

Para que la rueda engrane es preciso que tenga el mismo paso:

$$p_1 = p_2 = p$$

- **Módulo, m**: es el cociente entre el diámetro primitivo de referencia y el número de dientes. Este parámetro caracteriza la misma magnitud que el paso, pero se emplea para omitir el factor π .

$$m = \frac{2r}{z} \Rightarrow m = \frac{p}{\pi} \Rightarrow m_1 = m_2 = m \Rightarrow i = \frac{r_1}{r_2} = \frac{m \cdot \frac{z_1}{2}}{m \cdot \frac{z_2}{2}} = \frac{z_1}{z_2}$$

- **Paso diametral (diametral pitch), dp**: en la nomenclatura anglosajona, en lugar del paso se utiliza este parámetro, que es el cociente entre el número de dientes y el diámetro primitivo de referencia expresado en pulgadas.

$$dp = \frac{z}{2r(\text{pulg})}$$

1.8.3 PARÁMETROS CORRESPONDIENTES AL DENTADO

Seguidamente daremos algunas definiciones de los parámetros asociados al dentado de la rueda.

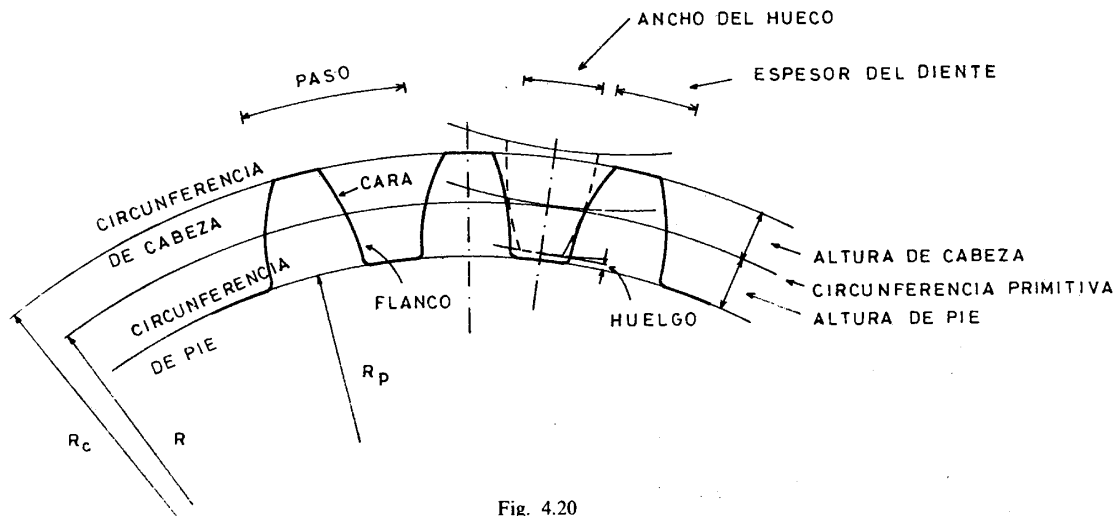


Fig. 4.20

Figura 35

- **Circunferencia de cabeza** (de radio r_a): aunque puede ocurrir que los perfiles que forman un diente puedan llegar a juntarse en su parte superior formando una punta de cabeza, es más corriente que estén limitados por una circunferencia llamada circunferencia de cabeza.
- **Circunferencia de pie** (de radio r_f): el hueco de los dientes está también limitado en su parte inferior por otra circunferencia llamada circunferencia de pie. La única condición que tiene que cumplir es que el hueco entre dos dientes sea suficientemente profundo para dejar pasar la cabeza de los dientes de la otra rueda. Por otra parte, la forma exacta del fondo del hueco depende de la herramienta con que se talla la rueda.
- **Altura de cabeza o adendo** (que suma), h_a : es la distancia radial entre la circunferencia primitiva de referencia y la cabeza del diente.
- **Altura de pie o dedendo** (que resta), h_f : es la distancia radial entre la raíz del diente y la circunferencia primitiva de referencia
- **Altura total**, h : es la suma de la altura de cabeza y la de pie.

$$h = h_a + h_f$$

- **Holgura o juego circunferencial**: es el hueco que dejan al acoplar una pareja de dientes. En todos los engranajes existe cierta holgura (definida por tolerancias), pues es necesaria para permitir la deflexión de los dientes, el paso del lubricantes y la expansión térmica.
- **Huelgo o juego en cabeza**, c : es el hueco que dejan una pareja de dientes al engranar, entre la cabeza del diente y el fondo del espacio interdental de la rueda conectada. Normalmente se suele tomar el valor:

$$c = 0.25 \cdot m$$

- **Altura de trabajo**, h_w : es la diferencia entre la altura total del diente y el juego.

- **Espesor, e:** es el espesor del diente, medido sobre la circunferencia primitiva de referencia.

$$e = \frac{2pr}{z} = \frac{p \cdot m}{2}$$

- **Hueco, h:** es el hueco entre dientes, medido sobre la circunferencia primitiva de referencia.

$$h = e = \frac{p \cdot m}{2}$$

Se cumple que:

$$e + h = p$$

- **Cara:** es la parte de la superficie del diente que queda entre la circunferencia primitiva y la de cabeza.
- **Flanco:** es la parte de la superficie de un diente que queda entre la circunferencia primitiva y la de pie.
- **Anchura de flanco o de cara, b:** es la anchura del diente medida en dirección paralela a la del eje.