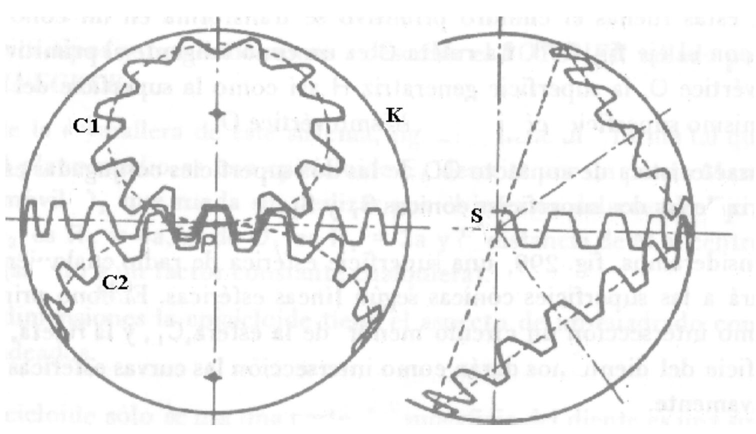
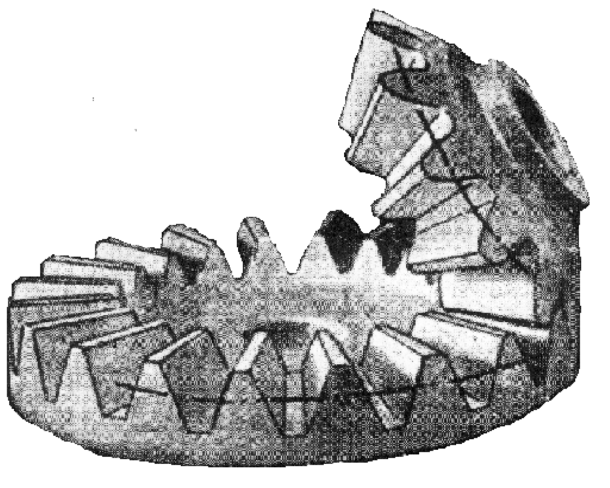
ENGRANAJES CÓNICOS

1. INTRODUCCIÓN

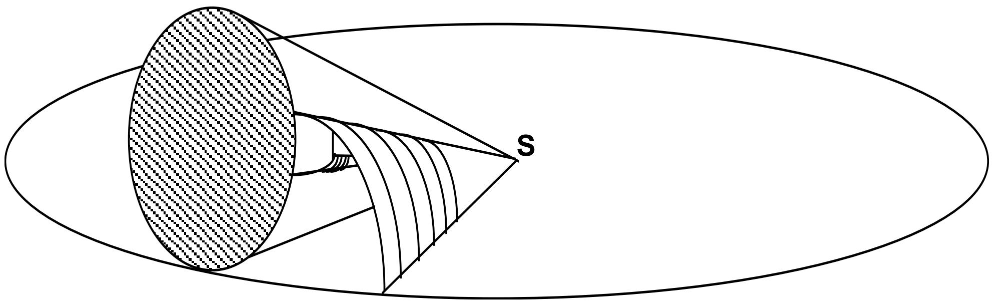
Se utilizan cuando queremos transmitir movimiento entre dos ejes que se cortan. Lo que en engranajes cilíndrico rectos eran cilindros primitivos, ahora se convierten en conos primitivos. De la misma forma que se estudia en el plano el engrane de las ruedas cilíndrico rectas, se estudian en la esfera K de centro S y radio SI las ruedas cónicas.

La cremallera de referencia, se convierte en este caso en una rueda cónica de semiángulo 90º, rueda plana. Serán conjugadas, aquellas ruedas que puedan engranar con esa rueda plana de referencia.

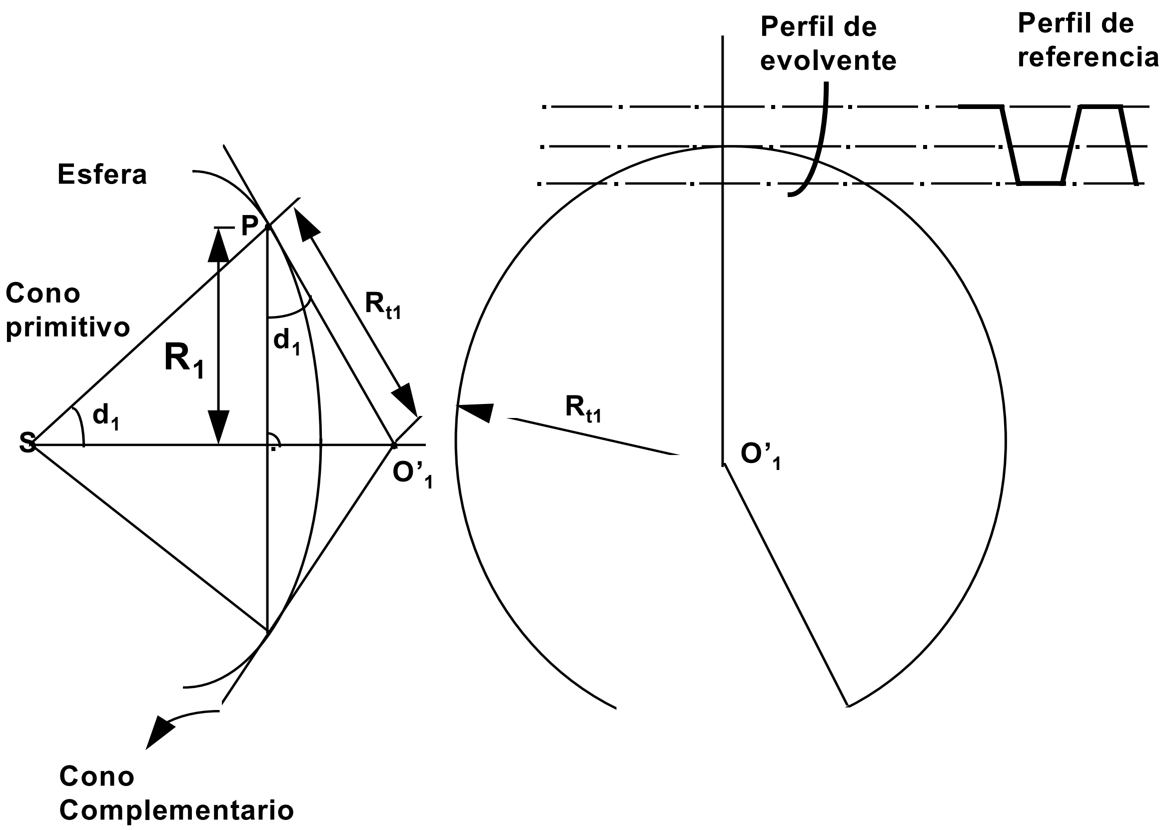




La generación de los flancos de los dientes se realiza ahora al hacer rodar sin deslizar un cono generador sobre un plano que secciona por un diámetro mayor a la esfera K.



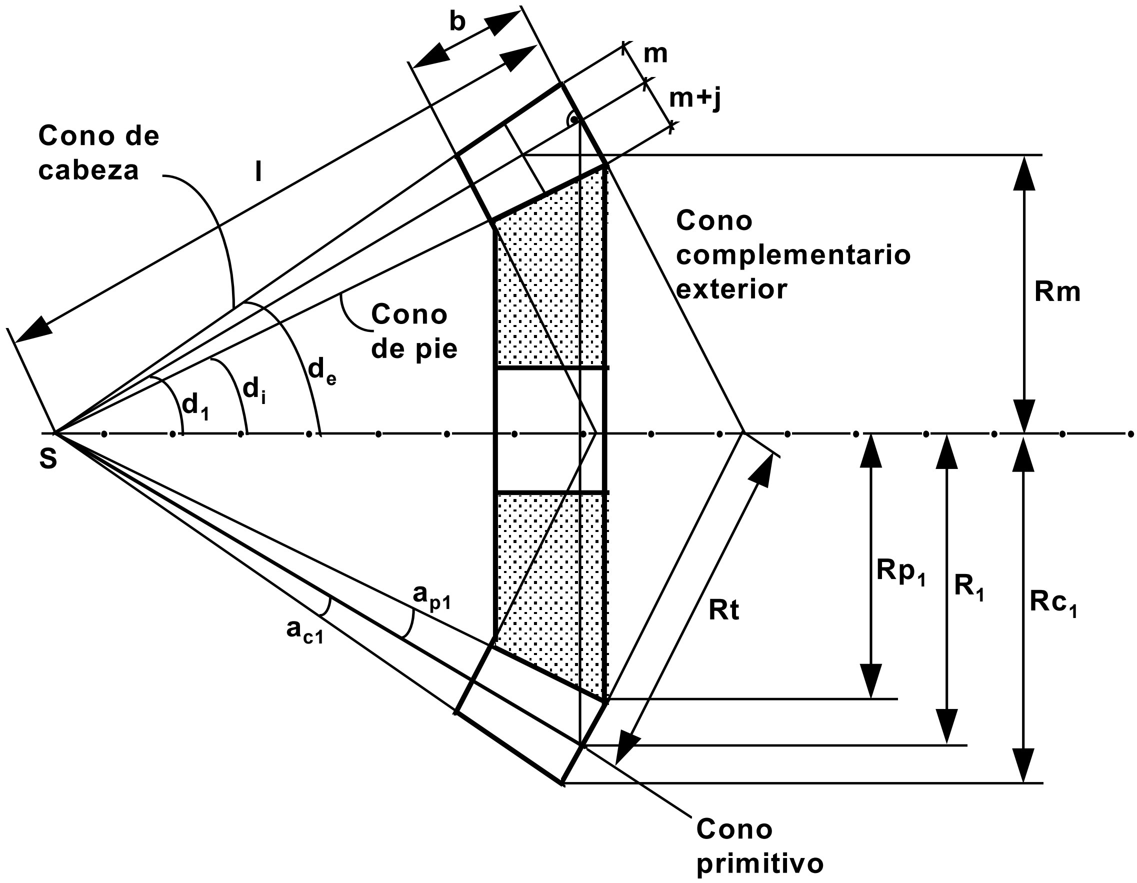
CONSTRUCCIÓN DE TREDGOLD



Para estudiar en el plano la geometría proyectada sobre la superficie esférica, se realiza la llamada **construcción de Tredgold** que consiste en proyectar sobre un cono complementario exterior, tangente a la esfera en la misma circunferencia de corte con el cono primitivo, el propio trazado de la circunferencia. Posteriormente, esa proyección sobre el cono exterior se desarrolla y representa de forma aproximada toda la geometría, se calcula el número de dientes equivalente etc.

2. NOMENCLATURA

La figura siguiente muestra las dimensiones normalizadas en los engranajes cónicos.



R_1 = **Radio primitivo**
R_{c1} = **Radio de cabeza**
R_{p1} = **Radio de pie**
R_{t1} = **Radio del desarrollo en la construcción de Tredgold**
R_{m1} = **Radio medio**
d_1 = **Angulo primitivo**
d_i = **Angulo interior**
d_e = **Angulo exterior**
a_{c1} = **Angulo de cabeza**
a_{p1} = **Angulo de pie**
l = **Longitud de la generatriz de contacto**

3. NÚMERO DE DIENTES EQUIVALENTE

$\mathbf{z_t}$ es el número de dientes de la rueda completa en el desarrollo de Tredgold, de forma que se cumplirá:

$$\mathbf{2.R_1 = mz \quad ; \quad R_1 = Rt \,.\, cosd_1 \quad 2.Rt = mz_t = mz/cosd_1}$$

Este número de dientes equivalente $\mathbf{z_t}$ se utiliza para poder aplicar las expresiones obtenidas en el estudio de engranajes cilíndrico rectos utilizando $\mathbf{z_t}$ en lugar del número de dientes real del piñón cónico **z**, y utilizando **Rt** en lugar de $\mathbf{R_1}$

El número límite de dientes para evitar la penetración, por lo tanto será:

$$z_{t1} = \frac{z_1}{\cos d_1} = \frac{2}{sen^2 \alpha} \qquad z_{1(límite)} = \frac{2.cosd_1}{sen^2 \alpha} = 17.cosd_1$$

y el valor límite práctico será:

$$\mathbf{z_{1(lím.práctico)} = 14.cosd_1} \qquad \mathbf{con\ \alpha = 20^o}$$

De la misma forma que habíamos visto en engranajes cilíndrico rectos, si el plano medio de la rueda de referencia es tangente al cono primitivo, se hablará de rueda a cero y si está desplazada una distancia **xm** de forma que sea tangente a un cono coaxial con el primitivo, se hablará de rueda a V.

Para el cálculo del valor de desplazamiento, se utilizan las expresiones de los engranajes cilíndrico rectos pero con z_{t1}:

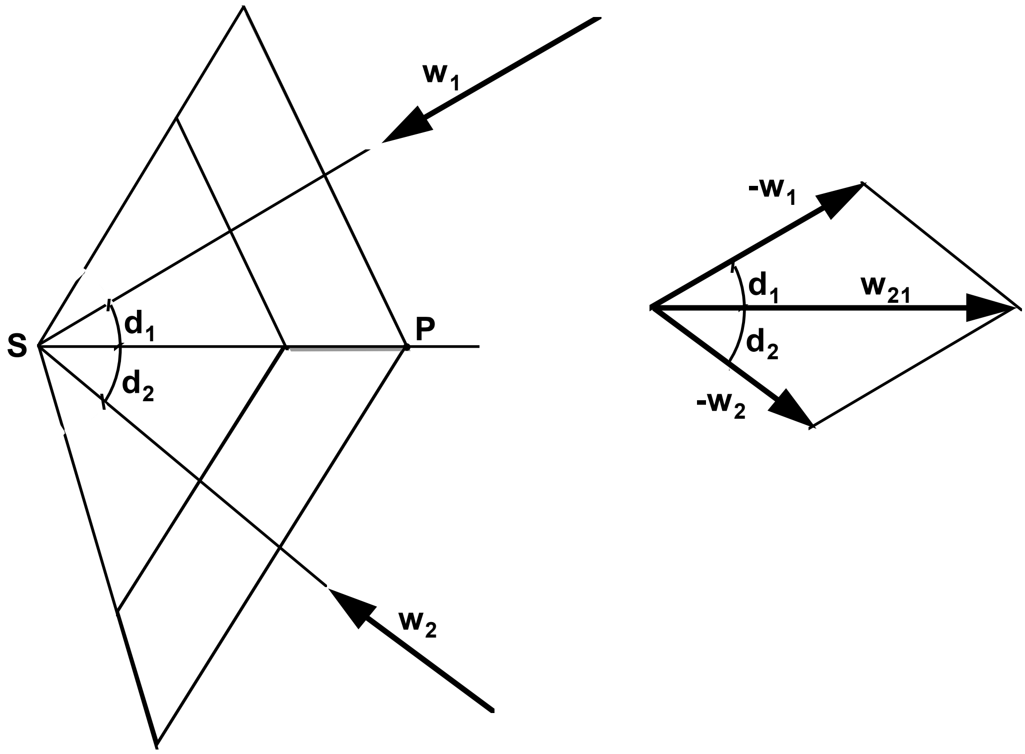
$$x_1 = \frac{14 - \dfrac{z_1}{cosd_1}}{17} \qquad para\ \alpha = 20^o$$

$$x_1 = \frac{25 - \dfrac{z_1}{cosd_1}}{30} \qquad para\ \alpha = 15^o$$

El desplazamiento x se mide en la generatriz del cono complementario.

4. DIMENSIONADO DE ENGRANAJES CÓNICOS

En primer lugar buscaremos las relaciones entre los semiángulos de los conos primitivos, el ángulo de los ejes de la transmisión y la relación de transmisión i.



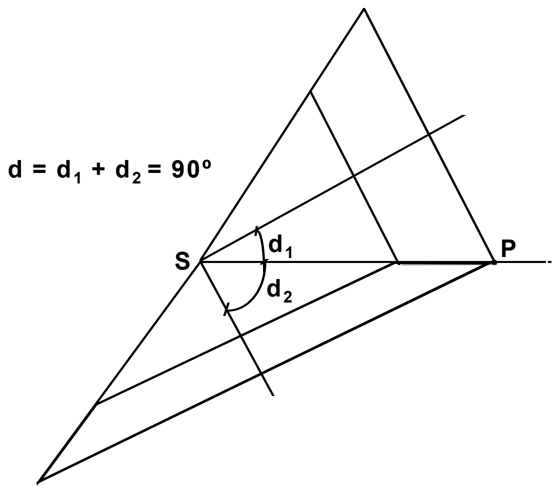
La velocidad de los dos conos primitivos en el punto P es la misma por lo que se cumplirá:

$$i = \frac{w_2}{w_1} = \frac{sen\, d_1}{sen\, d_2} = \frac{sen\,(d - d_2)}{sen\, d_2} = \frac{send\, .\, cosd_2 - cosd\, .\, send_2}{send_2} = \frac{send}{tgd_2} - cosd$$

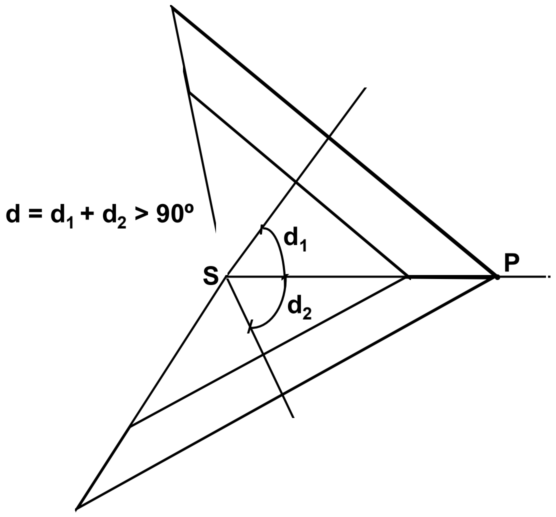
con lo cual:

$$tg\, d_2 = \frac{send}{i + cosd} \qquad d_1 = d - d_2$$

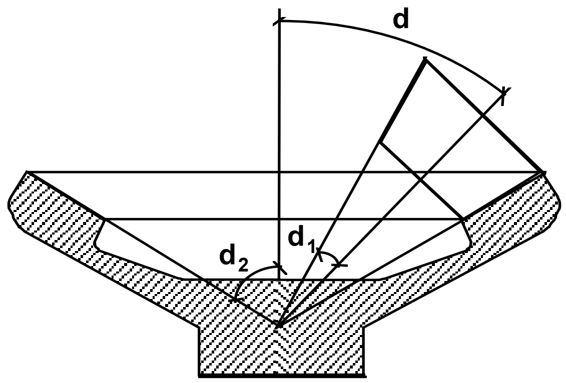
De forma análoga se pueden obtener las expresiones para los casos particulares siguientes:



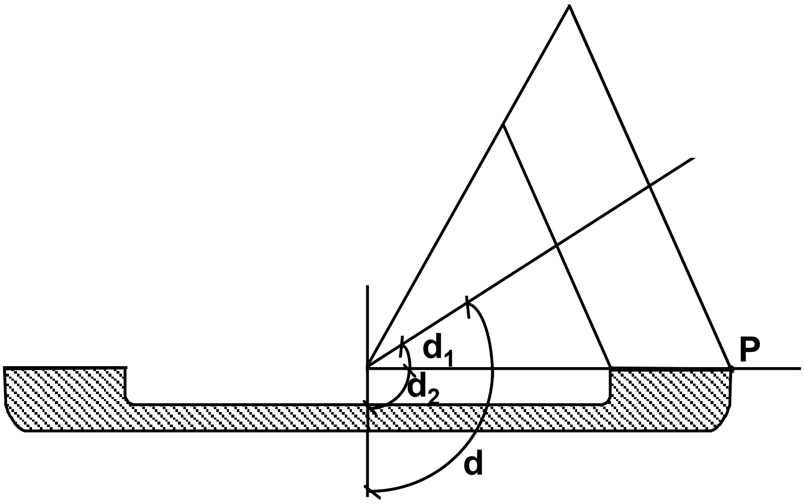
$$\mathrm{tg}\ d_2 = 1/i$$



$$tgd_2 = \frac{sen\,(180º - d)}{i - \cos(180º - d)}$$



$$tgd_2 = \frac{sen\,d}{\cos d - i}$$



$d_2 = 90^o$
$d_1 = d - 90^o$

La longitud de la generatriz de contacto **l** será:

$$l = \frac{R_1}{sen\, d_1} = \frac{R_2}{sen\, d_2}$$

La generatriz media del diente será:

$$\mathbf{l_m = l - b/2}$$

Los ángulos de cabeza y de pie se obtendrán mediante las expresiones siguientes:

$$tg\, a_{c1} = \frac{m}{l} = \frac{2.m\,.\,sen\, d_1}{mz_1} = \frac{2\,.\,sen\, d_1}{z_1}$$

Con lo cual los semiángulos de los conos exterior e interior serán:

$$\mathbf{d_{e1} = d_1 + a_{c1}} \qquad \mathbf{d_{i1} = d_1 - a_{p1}}$$

$$tg\, a_{p1} = \frac{m + j}{l} = \frac{2,5\,.\,sen\, d_1}{z_1}$$

Los radios de cabeza y de pie serán los siguientes:

$$\mathbf{R_{c1} = R_1 + m\,.\,cos\, d_1} \qquad \mathbf{R_{p1} = R_1 - 1,25.m\,.cos\, d_1}$$

y el radio medio será:

$$\mathbf{Rm_1 = R_1 - (b/2)\,.\,sen\, d_1}$$

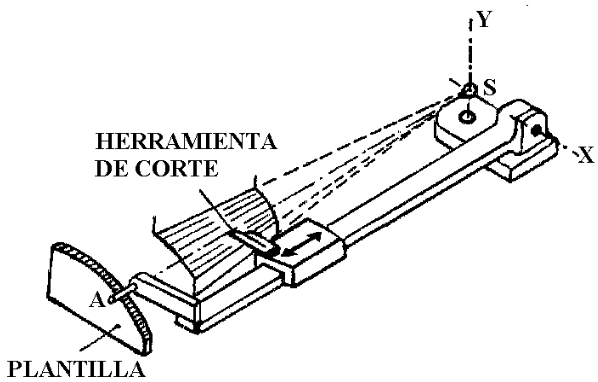
Normalmente se toma **b < l/3**

5. TALLA DE ENGRANAJES CÓNICOS

Los piñones cónicos de dientes rectos se pueden tallar por reproducción o por generación. Las figuras siguientes muestran los esquemas de ambos principios de talla.

5.1. TALLADO POR REPRODUCCIÓN

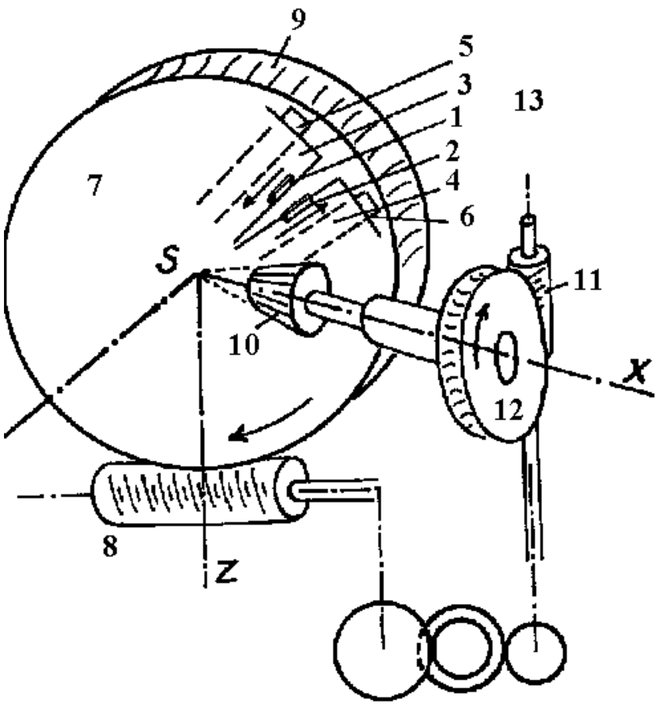
La guía sobre la cual se desplaza la herramienta de corte que lleva el movimiento alternativo de mortajado, puede pivotar en torno a dos ejes perpendiculares X e Y que se cortan en el punto S, centro de los conos primitivos.



En el otro extremo, el seguidor A recorre la plantilla que tiene el perfil de evolvente en su trazado. El diseño de la máquina es tal que la trayectoria de la herramienta de corte coincide con la línea SA.

5.2. TALLADO POR GENERACIÓN

Existen diferentes principios según los fabricantes. La figura siguiente muestra el de la máquina Gleason.



Las dos herramientas de corte 1 y 2 están montadas sobre dos guías 3 y 4 que se deslizan en movimiento alternativo y opuesto sobre las correderas 5 y 6, que son orientables al girar el soporte 7. Este soporte 7 gira en torno a su eje horizontal Y. El movimiento de giro del soporte está relacionado con el de la rueda cónica que estamos tallando (10) mediante una cierta relación cinemática representada por el tren de engranajes.

Problema

Sea un engranaje cónico cuyo ángulo entre los ejes es de 60º constituido por dos piñones con $z_1 = 12$ **y** $z_2 = 26$ dientes construidos con módulo $m = 6$.

Calcular todas las dimensiones geométricas de ambos. Se construirán con un ancho **b = l/4.**

Solución:

$$i = w_2 / w_1 = r_1 / r_2 = z_1 / z_2 = 12/26 = 0{,}461538$$

$$tg\, d_2 = \frac{send}{i + cosd} = \frac{sen60^o}{0{,}461538 + \cos 60^o} = 0{,}9$$

$d_2 = 42^o$; $d_1 = 18^o$

Los radios primitivos serán:

$R_1 = mz_1 /2 = 36$ mm
$R_2 = mz_2 /2 = 78$ mm

La longitud de la generatriz **l** será

$$l = \frac{R_1}{sen\, d_1} = \frac{R_2}{sen\, d_2} = \frac{36}{sen\, 18^o} = 116{,}5mm$$

Con lo cual el ancho del diente b será:

$$b = l/4 = 116{,}5/4 = 29{,}12 \text{ mm}$$

La generatriz media del diente será:

$$l_m = l - b/2 = 116{,}5 - 29{,}12/2 = 101{,}94 \text{ mm}$$

Los ángulos de cabeza y de pié valdrán:

$tg\, a_{c1} = tg\, a_{c2} = m/l = 6/116{,}5 = 0{,}0515$ $\quad a_{c1} = a_{c2} = 2{,}95^o$

$tg\, a_{p1} = tg\, a_{p2} = (1{,}25.m)/l = (1{,}25.6)/116{,}5 = 0{,}064$ $\quad a_{p1} = a_{p2} = 3{,}68^o$

Con lo cual los semiángulos de los conos exterior e interior serán:

$d_{e1} = d_1 + a_{c1} = 18^o + 2{,}95^o = 20{,}95\ ^o$
$d_{e2} = d_2 + a_{c2} = 42^o + 2{,}95^o = 44{,}95\ ^o$

$d_{i1} = d_1 - a_{p1} = 18^o - 3{,}68^o = 14{,}32^o$
$d_{i2} = d_2 - a_{p2} = 42^o - 3{,}68^o = 38{,}32^o$

Los radios de cabeza y de pie serán los siguientes:

$R_{c1} = R_1 + m \,.\, \cos d_1 = 36 + 6 \,.\, \cos 18^o = 41{,}7$ mm
$R_{c2} = R_2 + m \,.\, \cos d_2 = 78 + 6 \,.\, \cos 42^o = 82{,}45$ mm

$R_{p1} = R_1 - 1{,}25.m \,.\cos d_1 = 36 - 1{,}25 \,.\, 6 \,.\, \cos 18^o = 28{,}86$ mm
$R_{p2} = R_2 - 1{,}25.m \,.\cos d_2 = 78 - 1{,}25 \,.\, 6 \,.\, \cos 42^o = 72{,}42$ mm

y los radios medios:

$R_{m1} = R_1 - b/2 \,.\, \text{sen}\, d_1 = 36 - 29{,}12/2 \,.\, \text{sen}\, 18^o = 31{,}5$ mm
$R_{m2} = R_2 - b/2 \,.\, \text{sen}\, d_2 = 78 - 29{,}12/2 \,.\, \text{sen}\, 18^o = 68{,}26$ mm

A continuación, debemos comprobar si existe penetración en la talla de los dos piñones, para ello calculamos el número de dientes equivalente z_t

$z_{t1} = z_1/\cos d_1 = 12/\cos 18^o = 12{,}62$ **HAY PENETRACIÓN**
$z_{t2} = z_2/\cos d_2 = 26/\cos 42^o = 34{,}99$ **NO HAY PENETRACIÓN**

Cálculo del desplazamiento en la talla x_1

$x_1 = (14 - z_{t1})/17 = (14 - 12{,}62)/17 = 0{,}08118$