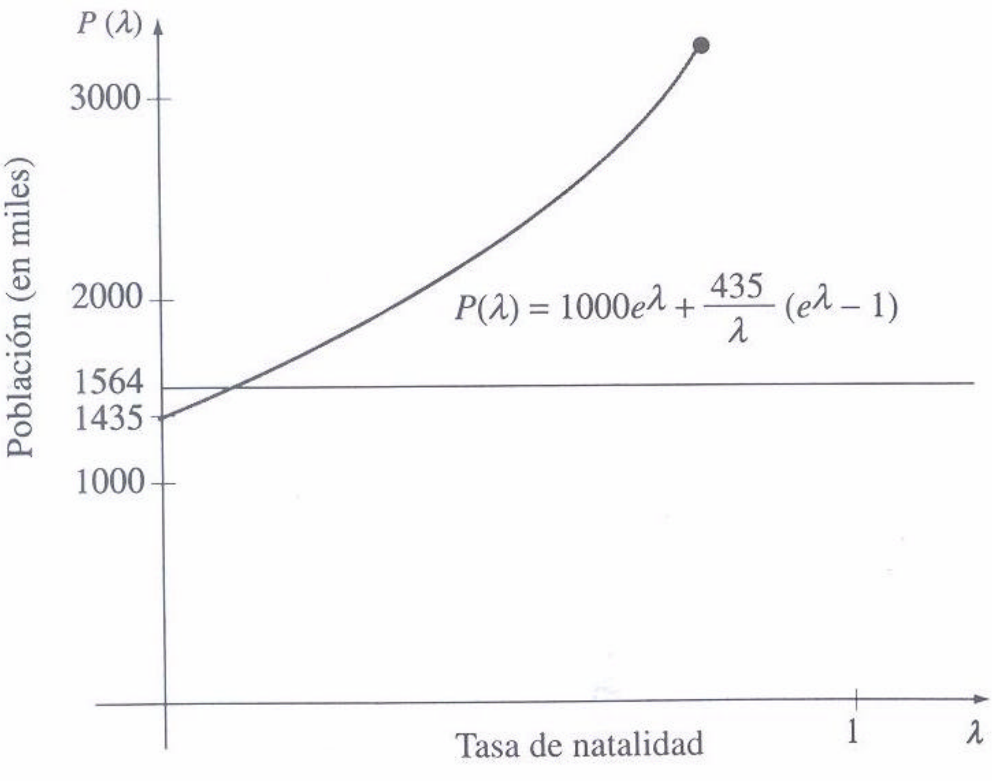
El crecimiento de una población numerosa puede modelarse durante periodos breves, con sólo suponer que ésta crece constantemente con el tiempo a una tasa que es proporcional al número de habitantes que existen en ese tiempo. Si denotamos con $N(t)$ la cantidad de habitantes en el tiempo t y con λ el índice constante de natalidad, la población satisface la ecuación diferencial

$$\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t).$$

La solución de esta ecuación es $N(t) = N_0 e^{\lambda t}$, donde N_0 denota la población inicial.



Este modelo exponencial es válido sólo cuando la población se halla aislada, es decir, sin que exista inmigración proveniente del exterior. Si se permite la inmigración con una tasa constante ν la ecuación diferencial que rige la situación será

$$\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t) + \nu,$$

cuya solución es

$$N(t) = N_0 e^{\lambda t} + \frac{\nu}{\lambda}(e^{\lambda t} - 1).$$

Supóngase que cierta población tiene inicialmente un millón de habitantes, que 435 000 de ellos inmigran hacia la comunidad durante el primer año y que 1 564 000 se encuentran en ella al final del año 1. Si queremos determinar la natalidad de esta población, debemos determinar λ en la ecuación

$$1\,564\,000 = 1\,000\,000 e^{\lambda} + \frac{435\,000}{\lambda}(e^{\lambda} - 1).$$

Los métodos numéricos que se tratan en este capítulo sirven para obtener aproximaciones a las soluciones de este tipo de ecuaciones, cuando no es posible obtener respuestas exactas con métodos algebraicos.