Determinante, autovalores y autovectores

1.- Calcúlense los determinantes:

$$a)\ \begin{vmatrix} 1 & 5 & -3 & 2 \\ -1 & -4 & 2 & -1 \\ 2 & 9 & -4 & 4 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} \qquad b)\ \begin{vmatrix} 3 & 1 & 5 & 0 \\ 5 & 4 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 7 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

2.- Desarrollando por los adjuntos de la primera columna, calcule el determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ -1 & -4 & 5 & 1 \\ 2 & 7 & -8 & 1 \\ x & -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

3.- Calcúlese el determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}$$

4.- Calcúlese la matriz inversa:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

5.- Estúdiese la existencia de la matriz inversa, según los valores de m, de

$$\begin{pmatrix} m & -1 & 0 \\ 1 & m-1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

6.- Sean A, B, P matrices $n\times n$ tal que $\det(P) \neq 0$ y $A = P^{-1}BP$. Demostrar que $\det(A) = \det(B)$.

7.- Sea A una matriz $n\times n$ tal que $\det(A) = -5$. Calcular:
a) $\det(5A)$, b) $\det(3A^{-1})$, c) $\det(A^2)$ y d) $\det(A-6A)$.

8.- Obtener los autovalores y los respectivos espacios de autovectores de los endomorfismo f de $\mathbf{R}^3$ cuya matriz asociada respecto a la base canónica es :

$$\text{a)} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{b)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \text{c)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}; \quad \text{d)} \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}; \quad \text{e)} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 3 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

9.- Hallar según los valores de los parámetros a, b los subespacios de autovectores asociados a la matriz siguiente:

$$\begin{pmatrix} -1 & a & 0 \\ 0 & -1 & b \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

10.- Decidir si las matrices de los ejercicios 8 y 9 son diagonalizables. En caso afirmativo, calcular su forma diagonal y la matriz de paso.