Interpolación polinómica y ajuste por mínimos cuadráticos

1.- Razonar la certeza o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) El polinomio interpolador en los puntos (-1,-1),(7/2,7/2),(3,3),(17,17) es un polinomio de grado 3

b) El polinomio interpolador de la función f(x)=sen(x) en los puntos $x_0=-\pi$, $x_1=0$ y $x_2=\pi$, es idénticamente nulo.

c) Existe un polinomio de segundo grado que pase por los puntos (1,0), (3,2), (5,4) y (7,50).

2.- Dados los puntos (0,-2),(1,6) y (3,40). Encontrar el polinomio interpolador de **Lagrange** que pase por ellos.

3.- La siguiente tabla aproxima algunos valores de la función $f(x)=e^x$.

x_k	0.5	1	2
y_k	1.64872	2.71828	7.38906

Efectuar los siguientes cálculos:

a) Aproximar f(0.25) usando interpolación lineal
b) Aproximar f(0.25) utilizando el polinomio interpolador de **Lagrange** de segundo grado con $x_0=0$, $x_1=1$ y $x_2=2$.
c) ¿ Cuáles de las aproximaciones son mejores? ¿Por qué?

4.- En la ciudad se han tomado datos sobre su población en los últimos años, obteniéndose la siguiente tabla:

Año	1950	1960	1970	1980	1990
Población	131700	150670	179320	203240	226500

Usar el método de Newton de diferencias divididas para estimar la población en el año 1975 y predecir la población en el año 2000.

5.- Se considera la siguiente tabla de valores

x_i	-3	-1	1	3	5	7
y_i	14	4	2	8	22	24

Se pide:

a) ¿Existe una parábola que verifique todos los datos de la tabla? En caso afirmativo, encuéntrese.
b) Obténgase en cualquier caso el polinomio de grado menor o igual que cinco que pasa por los seis puntos de la tabla y utilícese para estimar $f(-2)$ y $f(0)$.

6.- Calcular la recta de mínimos cuadrados asociada a los datos

x	6	4	8	5	3.5
y	6.5	4.5	7	5	4

7.- Ajustar a una función potencial de la forma $y = A \cdot x^B$ a los datos:

x_i	1	2	3	4	5
y_i	0.5	1.7	3.4	5.7	8.4

8.- Aproximar una curva de tipo exponencial $y = A \cdot e^{Bx}$ a los valores

x_i	1	2	3	4
y_i	7	11	17	27

9.- Dados los datos

x_i	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y_i	17	25	30	33	36	38	39	40	41	42

Utilícense mínimos cuadráticos para ajustar: a) una línea recta; b) una función exponencial del tipo $y = A \cdot b^x$.

¿Cuál de ellas puede connsiderarse mejor ajuste?

10.- La viscosidad m de un aceite varía con la temperatura de la forma siguiente:

***T* (K)**	273	280	290	300	310	320	330	340
m **(N.s/m^2)**	3.85	2.17	0.999	0.486	0.253	0.141	0.0836	0.0531

Una fórmula empírica del tipo $m = C_0 \cdot \mathrm{e}^{C_1 T}$ permite predecir correctamente la variación de m en función de *T*. ¿Cuáles son los valores de las constantes C_0 y C_1 en este caso?

Para resolver el problema se pide:

a) Explicar cómo convertir el problema en un problema de aproximación lineal por mínimos cuadrados e identificar C_0 y C_1.

b) Realizar un fichero .m de MatLab que admita como datos de entrada los vectores T y m, y que devuelva los valores de C_0 y C_1.