



TEMA 3. Superficies Adicionales. Aletas.

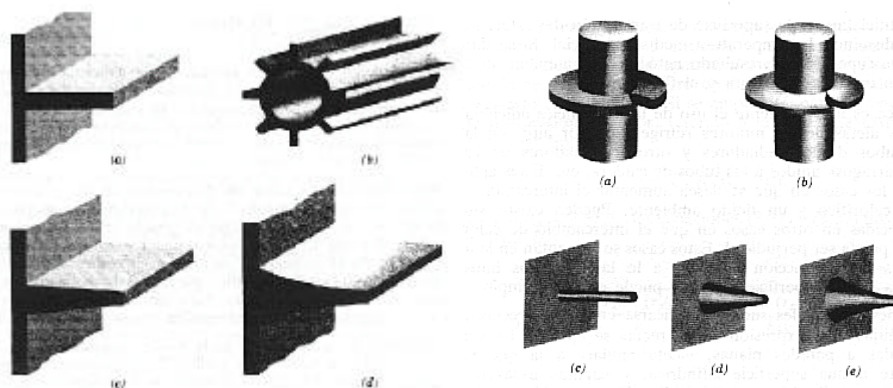
- Introducción
- Aleta recta de espesor uniforme y aleta de aguja de sección transversal constante
- La aleta anular de espesor constante
- La aleta de perfil triangular
- Efectividad de la aleta

Las superficies adicionales o aletas se usan comúnmente para aumentar la disipación de calor entre una superficie y el fluido ambiente circundante.

En general las superficies adicionales pueden clasificarse en:

- * Aleta recta
- * Aleta de aguja
- * Aleta anular

Superficies adicionales más comunes



(a) y (b) aletas rectas de espesor uniforme.

(c) y (d) aletas rectas de espesor no uniforme.

(a) y (b) aletas anulares.

(c) , (d) y (e) aletas de aguja.

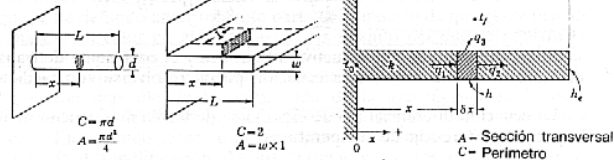


Aleta recta de espesor uniforme y aleta de aguja de sección transversal constante.

Aletas rectas:

Algunas aplicaciones:

En sumideros de calor para el enfriamiento de paquetes estándar de circuitos integrados.



consideraciones:

- $W \ll L$
- Sección transversal cte.
- Se desprecian la pérdidas de calor en los bordes laterales.
- El flujo de calor se expresa por unidad de anchura.

Donde:

- L : longitud de la aleta
- k : conductividad térmica del material de la aleta
- h : coeficiente de transmisión de calor en la superficie externa.
- t_0 : temperatura en la base de la aleta
- t_f : temperatura del fluido
- x : coordenada longitudinal de la aleta



Aleta recta de espesor uniforme y aleta de aguja de sección transversal constante.....

Haciendo uso de la ecuac. de Fourier y de la ley de enfriamiento de Newton,

$$-k \left(\frac{dt}{dx} \right)_x = -k \left(\frac{dt}{dx} \right)_{x+dx} + h(Cdx)(t_s - t_\infty)$$

$$\frac{d^2 t}{dx^2} - \frac{hC(t - t_\infty)}{kA} = 0 \quad \text{Ecuac. General de transmisión de calor para este caso.}$$

$$\frac{t - t_0}{t_0 - t_\infty} = \frac{Chm(L - x) + HShm(L - x)}{ChmL + HShmL} \quad \text{Distribución de temperaturas.}$$

Donde: $H = h_c / k$

$$m = (hC/kA)^{1/2}$$

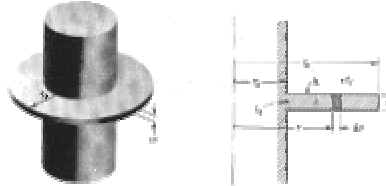
$$Q = kmA(t_0 - t_\infty) \frac{ShmL + HChmL}{ChmL + HShmL} \quad \text{Flujo de calor}$$

Aleta anular de espesor constante.



Algunas aplicaciones:

- En tubos de cambiadores de calor.
- En cilindros de motores refrigerados por aire.



$$\frac{d^2q}{dx^2} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \frac{dq}{dx} - \frac{h}{k} \frac{1}{A} \frac{dS}{dx} q = 0 \quad ; \text{si } q = (t - t_\infty) \quad \text{Ecuac. General de transmisión de calor en una aleta.}$$

Suponiendo:

- $w \lll (r_e - r_b)$
- La conducción de calor dentro de la aleta depende solo de la coordenada radial.

$$\frac{d^2q}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dq}{dr} - \frac{2h}{kw} q = 0$$

Con $A = 2prw$

$$S = 2(p(r^2 - r_b^2))$$

Ecuac. General de transmisión de calor en una aleta anular con $w = \text{cte.}$

Resolviendo la Ecuac. de Bessel obtenemos:



Distribución de temperaturas.

$$\frac{q}{q_0} = \frac{t - t_\infty}{t_0 - t_\infty} = \frac{I_0(nr)K_1(nr_e) + K_0(nr)I_1(nr_e)}{I_0(nr_b)K_1(nr_e) + K_0(nr_b)I_1(nr_e)} \quad \text{Donde } n = (2h/kw)^{1/2}$$

Flujo de calor

$$Q = 2pknwq_0r_b \frac{I_1(nr_e)K_1(nr_b) - K_1(nr_e)I_1(nr_b)}{I_1(nr_e)K_0(nr_b) + K_1(nr_e)I_0(nr_b)}$$



La aleta recta de perfil trapezoidal.

Suposiciones:

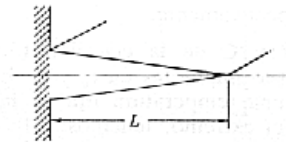
- $w \ll (L - x_e)$, flujo unidimensional.
- Se desprecian los efectos de borde.
- Anchura unitaria.
- Sección transversal A
- Superficie S

$$A = (wx/L)$$

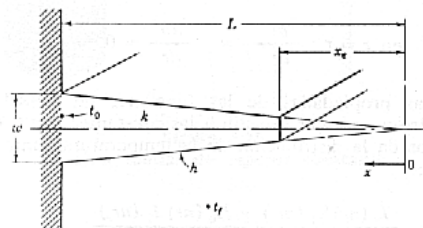
$$S = 2(x-x_e)f$$

$$f = (1 + (w/2L)^2)^{1/2}$$

$f \sim 1$ en la mayoría de los casos.



Aleta de perfil triangular



Aleta de perfil trapezoidal

Aplicando la ecuac. general de transmisión de calor en una aleta y sustituyendo los valores de A y S.



$$\frac{d^2q}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dq}{dx} - p^2 \frac{q}{x} = 0 ; \text{ si } p = \sqrt{\frac{2fhL}{kw}}$$

Resolviendo la ecuac. Generalizada de Bessel, obtenemos la solución de la temperatura y sustituyendo el valor de las constantes obtenidas a partir de las condiciones de contorno tenemos:

Para una aleta triangular ($x_e=0$): $q = BI_0(2px^{1/2})$

Para una fija de la base (t_0): $\frac{q}{q_0} = \frac{I_0(2px^{1/2})}{I_0(2pL^{1/2})}$

Flujo de calor: $Q = -k \left(\frac{dq}{dx} \right)_{x=L} = -\frac{kwq_0 p}{L^{1/2}} \frac{I_1(2pL^{1/2})}{I_0(2pL^{1/2})}$



Efectividad de las aletas

Es la relación entre el calor transmitido por la aleta y el que se obtendría si la superficie total de las aletas se mantuviera a la misma temperatura que la superficie primaria.

Aleta recta de espesor uniforme: $k_u = \frac{1}{mL} Th mL$

Aleta recta de perfil triangular: $k_t = \frac{1}{\rho L^{1/2}} \frac{I_1(2\rho L^{1/2})}{I_0(2\rho L^{1/2})}$

Aleta anular de espesor cte.: $k_{an} = \frac{kwnr_b k_1(nr_b) I_1(nr_e) - I_1(nr_b) K_1(nr_e)}{(r_e^2 - r_b^2) h K_0(nr_b) I_1(nr_e) + I_0(nr_b) K_1(nr_e)}$

si $a = r_b/r_e$ y $\beta = r_e n$ $k_{an} = \frac{2ak_1(ab)I_1(\beta) - I_1(ab)K_1(\beta)}{\beta(1-a^2)K_0(ab)I_1(\beta) + I_0(ab)K_1(\beta)}$

Efectividad de un conjunto de aletas



Se refiere a la efectividad del conjunto de aletas unidas a la superficie primaria, es decir es la efectividad de la temperatura global total, lo que nos dará la medida del comportamiento de la superficie total expuesta (con y sin aletas).

para

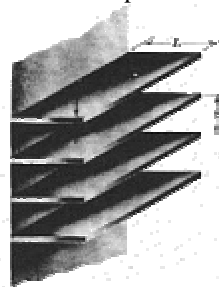
A_f = Area de la superficie expuesta, de aletas solamente.

A_p = Area superficial de la superficie primaria antes de añadirle aletas

A_t = Area de la superficie total expuesta, incluyendo la superficie aleteada y sin aletear.

K = Efectividad para la forma particular de las aletas implicadas

θ = Efectividad de la temperatura de la superficie total



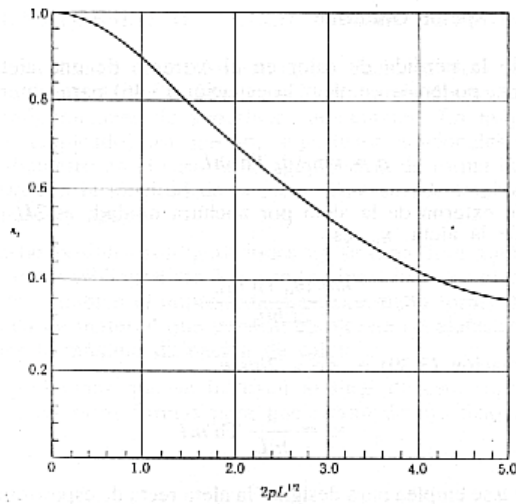
$$\left(\frac{A_f}{A_t}\right)_u = \frac{2L}{2L + d - w}$$

Resistencia total térmica:

Sin aletas: $A_p h$

Con aletas: $A_t h$

Efectividad de una aleta de perfil triangular



Efectividad de una aleta anular de espesor uniforme.

