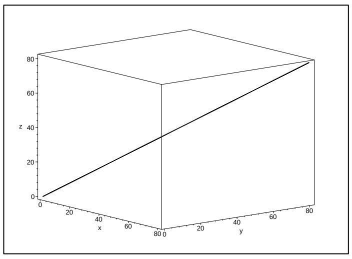
SOLUCIONES DE TOPOLOGÍA EN $\mathbb{R}^n$

Ejercicio 1

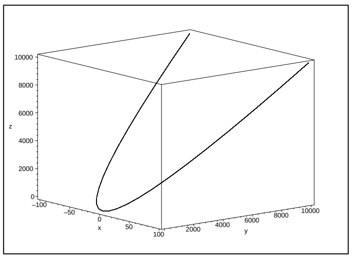
A_1



No es abierto. Es cerrado y compacto.

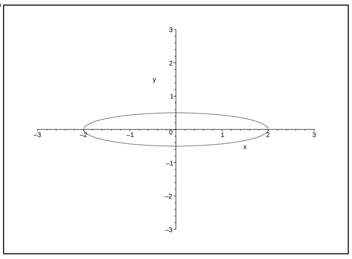
A_2

La parábola se extienden hasta el infinito.



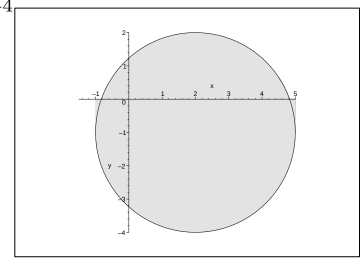
No es abierto. Es cerrado. No es compacto.

A_3



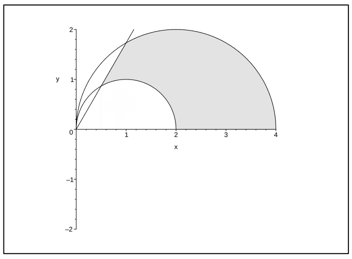
No es abierto. Es cerrado y compacto.

A_4



No es abierto. Es cerrado y compacto.

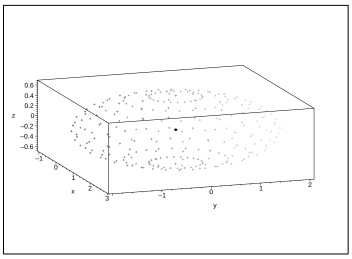
A_5



No es abierto. Es cerrado y compacto.

A_6

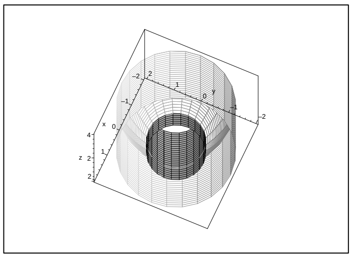
El interior de la elipse menos el origen.



No es abierto. Es cerrado y compacto.

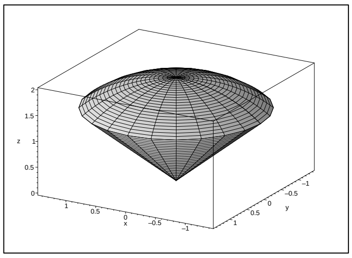
A_7

El recinto compredido entre del cilindro mayor y con el cilindro menor desde z=0 hasta z=1 y el paraboloide desde z= 1 hasta z=4.



No ni es abierto, ni cerrado, ni compacto.

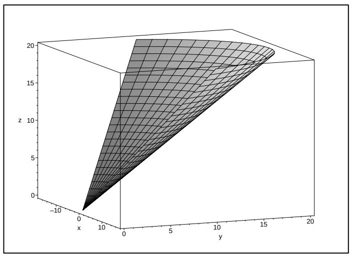
A_8



No es abierto. Es cerrado y compacto.

A_9

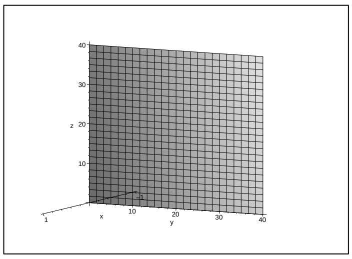
Sin considerar los bordes laterales, se extiende hasta el infinito.



No es abierto, ni cerrado, ni compacto.

A_{10}

Sin considerar los bordes y=0 y z=0.



No es abierto, ni cerrado, ni compacto.

Ejercicio 2

2.1.- $\overset{\circ}{B}_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| < 1,\ |y| < 1\}$.

$\overline{B}_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| \leq 1,\ |y| \leq 1\}$.

$\mathrm{Fr}(B_1) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| = 1,\ |y| = 1\}$=rectángulo de vértices $(1,1), (1,-1), (-1,1)$ y $(-1,-1)$.

$B_1' = \overline{B}_1$.

2.2.- $\overset{\circ}{B}_2 = \{(x,y)\mathbb{R}^2 \mid |y| < x^2 - 1\}$.

$$\overline{B}_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |y| \leq x^2-1\} \cup \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \ | x = y,\ \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right\}.$$

$$\mathrm{Fr}(B_2) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |y = x^2-1\} \cup \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \ | x = y,\ \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right\}.$$

$B_2' = \overline{B}_2$.

2.3.- $\overset{\circ}{B}_3 = B_3$.

$\overline{B}_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| \leq 1\}$.

$\mathrm{Fr}(B_3) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| = 1\}$.

$B_3' = \overline{B}_3$.

2.4.- $\overset{\circ}{B}_4 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 4x^2 - 2x + 9y^2 + 25z^2 > 8\}$.

$\overline{B}_4 = B_4$.

$\mathrm{Fr}(B_4) = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 4x^2 - 2x + 9y^2 + 25z^2 = 8\}$.

$B_4' = B_4$.

2.5.- $\overset{\circ}{B}_5 = \emptyset$.

$\overline{B}_5 = B_5$.

$\mathrm{Fr}(B_5) = B_5$.

$B_5' = B_5$.

2.6.- $\overset{\circ}{B}_6 = B_6$.

$\overline{B}_6 = \mathbb{R}^3$.

$\mathrm{Fr}(B_6) = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid xy = 0\}$.

$B_6' = \mathbb{R}^3$.

2.7.- $\overset{\circ}{B}_7 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z > 0\}$.

$\overline{B}_7 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z \geq 0\} \cup \{(3,-3,6)\}$.

$\mathrm{Fr}(B_7) = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0\} \cup \{(3,-3,-6)\}$.

$B_7' = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z \geq 0\}$.

2.8.- $\overset{\circ}{B}_8 = \emptyset$.

$\overline{B}_8 = B_8$.

$\mathrm{Fr}(B_8) = B_8$.

$B_8' = B_8$.

Ejercicio 3 El punto $(0,0)$ es punto frontera, punto adherente y punto de acumulación de C.

Ejercicio 4

4.1.- $D_1 = \left\{(r,\theta) \in \mathbb{R}^+ \times [0,2\pi] \mid r^2\mathrm{sen}^2(\theta) < \dfrac{4 - r^2}{r^2}\right\}$.

4.2.- $D_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - 8x + 4y^2 - 3y + 76 = 0\}$.

4.3.- $D_3 = \left\{(r,\theta) \in \mathbb{R}^+ \times [0,2\pi] \mid 2\cos(\theta) \leq r \leq 4\cos(\theta),\ \theta \in \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{3}\right] \cup \left[\dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{3\pi}{2}\right)\right\}$.

4.4.- $D_4 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = z,\ 0 \leq x \leq 81\}$.

4.5.- $D_5 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = x^2 = z,\ -1 < x < 1\}$.

4.6.- $D_6 = \{(r, \theta, z) \in \mathbb{R}^+ \times [0, 2\pi] \times \mathbb{R} \mid 1 \leq r \leq 2,\ z \leq r^2\}$.

4.7.- $D_7 = \left\{(r, \theta, \varphi) \in \mathbb{R}^+ \times [0, 2\pi] \times [-\pi, \pi] \mid 0 \leq r \leq 1,\ \dfrac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \dfrac{\pi}{2}\right\}$.

4.8.- $D_8 = \{(r, \theta, z) \in \mathbb{R}^+ \times [0, 2\pi] \times \mathbb{R} \mid z^2 \leq r^2 - 9 \leq |z|\}$.

4.9.- $D_9 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = \sqrt{x^2 + y^2},\ -\sqrt{3}y \leq x \leq \sqrt{3}y\}$.

4.10.- $D_{10} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0,\ y, z > 0\}$.