SOLUCIONES DE EXTREMOS RELATIVOS

Ejercicio 1.- Si $a \in (-\infty, 1)$ el origen es un punto de silla.
Si $a \in [1, \infty)$ el origen es un mínimo relativo.

Ejercicio 2.- Si g produce un máximo (mínimo) relativo en $\overline{a}$, la función h produce un máximo (mínimo) relativo en $\overline{a}$ si $f_x(g(\overline{a})), f_y(g(\overline{a})) > 0$.

Ejercicio 3.- $\mathrm{Dom}(g) = \{(x, y) \in I\!R^2 \mid y^2 > xy\}$.

Ejercicio 4.-

4.1.- Si $k \in (-\infty, 6]$ el origen es un mínimo relativo.
Si $k \in (6, \infty)$ el origen es un punto de silla.

4.2.- Si $k \in (-\infty, 0)$ el origen es un mínimo relativo.
Si $k = 0$ el origen es un máximo y un mínimo relativo.
Si $k \in (0, \infty)$ el origen es un máximo relativo.

Ejercicio 5.- f tiene un punto de silla en el origen.

Ejercicio 6.- Los puntos críticos son $\left(\dfrac{2dc - be}{b^2 - 4ac}, \dfrac{2ae - bd}{b^2 - 4ac}\right)$.

Ejercicio 7.-

7.1.- El punto $(0, 0)$ es un punto de silla.
El punto $(a, 0)$ es un mínimo relativo.
El punto $(-a, 0)$ es un máximo relativo.

7.2.- El punto $(0, 0)$ es un punto de silla.
El punto $(-6, 0)$ es un mínimo relativo.

7.3.- El punto $(0, 0)$ es punto de silla si $pq < 0$.
El punto $(0, 0)$ es un mínimo relativo si $p, q > 0$.
El punto $(0, 0)$ es un máximo relativo si $p, q < 0$.

7.4.- El punto $(0, -1)$ es un punto de silla.

7.5.- El punto $\left(0, \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$ es un punto de silla.
El punto $\left(0, \dfrac{-1}{\sqrt{3}}\right)$ es un mínimo relativo.

7.6.- El punto $(0, 0)$ es un punto de silla.
El punto $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ es un mínimo relativo.
El punto $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ es un máximo relativo.

7.7.- Los puntos $(1, 2)$ y $(-1, -2)$ son puntos de silla.
El punto $(2, 1)$ es un mínimo relativo.
El punto $(-2, -1)$ es un máximo relativo.

7.8.- El punto $(0, 0)$ es un punto de silla.
El punto $\left(-1, \dfrac{-1}{2}\right)$ es un máximo relativo.

7.9.- El punto $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{-1}{\sqrt{2}}\right)$ es un mínimo relativo.

El punto $\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ es un máximo relativo.

7.10.- El punto $(0,0,0)$ es un punto de silla.

7.11.- El punto $(0,0)$ es un punto de silla.
El punto $(1,1)$ es un mínimo relativo.

7.12.- No posee extremos relativos.

7.13.- El punto $(0,0)$ es un punto de silla.
El punto $(3,3)$ es un mínimo relativo.

7.14.- El punto $(0,0)$ es un punto de silla.

7.15.- El punto $(0,0)$ es un mínimo relativo.

7.16.- El punto $(0,0)$ es un punto de silla.
Los puntos $(1,1)$ y $(-1,-1)$ son máximos relativos.

7.17.- El punto $(1,1)$ es un mínimo relativo.

7.18.- El punto $(0,0,0)$ es un punto de silla.

Ejercicio 9.-

9.1.- El mínimo absoluto es -7 sobre el punto $(-1,0)$.
El máximo absoluto es 146 sobre el punto $(1,3)$.

9.2.- El mínimo absoluto es 9 sobre el punto $(1,0)$.
El máximo absoluto es 146 sobre el punto $(1,3)$.

9.3.- El mínimo absoluto es $-\frac{\pi}{2}\log(2)$ sobre el punto $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, 2\right)$.
El máximo absoluto es $\frac{\pi}{2}\log(2)$ sobre el punto $\left(\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, 2\right)$.

9.4.- El mínimo absoluto es $-2\sqrt{2}+1$ sobre el punto $(0,-\sqrt{2},1)$.
El máximo absoluto es $2\sqrt{2}+1$ sobre el punto $(0,\sqrt{2},1)$.

9.5.- El mínimo absoluto es $-\frac{245}{4}$ sobre el punto $\left(5, -\frac{5}{2}\right)$.
El máximo absoluto es 9 sobre los puntos $(0,3)$ y $(0,-3)$.

9.6.- El mínimo absoluto es $-\frac{2}{3\sqrt{3}}$ sobre los puntos $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{6}}\right)$ y $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{2}{\sqrt{6}}\right)$.
El máximo absoluto es $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ sobre los puntos $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{6}}\right)$ y $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{2}{\sqrt{6}}\right)$.

9.7.- El mínimo absoluto es $-\frac{1}{2}$ sobre el punto $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.
El máximo absoluto es $\sqrt{2}+1$ sobre el punto $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1\right)$.

9.8.- El mínimo absoluto es $\frac{3}{4}$ sobre los puntos $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}\right)$ y $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}\right)$.
No posee máximo relativo.

9.9.- El mínimo absoluto es -1 sobre el punto $(-1,-1)$.
El máximo absoluto es 6 sobre los puntos $(0,3)$ y $(0,-3)$.

9.10.- El mínimo absoluto es $-\sqrt{\frac{7}{3}}$ sobre el punto $\left(-\sqrt{\frac{3}{7}}, -\sqrt{\frac{3}{7}}, -\frac{1}{\sqrt{21}}\right)$.

El máximo absoluto es $\sqrt{\dfrac{7}{3}}$ sobre el punto $\left(\sqrt{\dfrac{3}{7}}, \sqrt{\dfrac{3}{7}}, \dfrac{1}{\sqrt{21}}\right)$.

Ejercicio 10.- Los puntos $(0,0,0)$ y $(2\sqrt{6}, 2\sqrt{3}, 2\sqrt{2})$ son extremos relativos.
El punto $(1,2,3)$ no lo es.
El resto de extremos relativos son $(2\sqrt{6}, -2\sqrt{3}, -2\sqrt{2})$, $(-2\sqrt{6}, 2\sqrt{3}, 2\sqrt{2})$ y $(-2\sqrt{6}, -2\sqrt{3}, -2\sqrt{2})$

Ejercicio 11.- No existe contradicción porque no verifica las condiciones del Teorema de Langrange.

Ejercicio 12.- El punto más próximo es el origen.

Ejercicio 13.- Todos los puntos de la intersección están a distancia 2 de la intersección.

Ejercicio 14.- El punto (0,0) es un mínimo relativo.

Ejercicio 15.- El mínimo absoluto es -1 sobre el punto $(-1,0)$.
El máximo absoluto es 1 sobre el punto $(1,0)$.

Ejercicio 16.- Los puntos extremos son $(1,0)$, $(-1,0)$, $\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}, -\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)$ y $\left(-\dfrac{1}{\sqrt{3}}, \dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)$.

Ejercicio 17.- El máximo absoluto se alcanza en el punto $(1,6)$.

Ejercicio 18.- El mínimo absoluto se alcanza en el punto $(0,8)$.
El máximo absoluto se alcanza en los puntos $(\sqrt{2}, 2)$ y $(-\sqrt{2}, 2)$.

Ejercicio 19.- El mínimo absoluto se alcanza en los puntos $\left(0, \dfrac{1}{3}\right)$ y $\left(0, -\dfrac{1}{3}\right)$.

El máximo absoluto se alcanza en los puntos $\left(\dfrac{1}{3}, 0\right)$ y $\left(-\dfrac{1}{3}, 0\right)$.

Ejercicio 20.- El volumen máximo se alcanza cuando el vértice opuesto es $\left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{2}{3}, \dfrac{2}{3}\right)$.

Ejercicio 22.-

22.1.- La distancia mínima es $\sqrt{2\sqrt{3}}$.

22.2.- La distancia mínima es $\dfrac{\sqrt{42}}{3}$.

Ejercicio 23.- La distancia máxima es 2 y la mínima es 1.

Ejercicio 24.- $a = (-\sqrt[4]{a}) \cdot (-\sqrt[4]{a}) \cdot (-\sqrt[4]{a}) \cdot (-\sqrt[4]{a})$.

Ejercico 25.- El mínimo absoluto es -1 sobre los puntos $\left(\sqrt{2}, -\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ y $\left(-\sqrt{2}, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

El máximo absoluto es 1 sobre los puntos $\left(\sqrt{2}, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ y $\left(-\sqrt{2}, -\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$.