SOLUCIONES DE CONTINUIDAD

Ejercicio 1

1.1.- Es continua en $\mathbb{R}^2$.

1.2.- Es continua en $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy \neq 0\}$.

1.3.- Es continua en A y en B.

1.4.- Si $a = 1, 2$ es continua en $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.
Si $a = 3$ es continua en $\mathbb{R}^2$.

1.5.- Es continua en $\left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x^2 + y^2 \neq 0,\ x^2 + z^2 \neq 0,\ -1 \leq \dfrac{z}{x^2+z^2} \leq 1\right\}$.

1.6.- Es continua en $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid y \neq 0\}$.

1.7.- Es continua en $\mathbb{R}^3 \setminus \{(0,0,1), (0,0,-1)\}$.

1.8.- Es continua en $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = -y \neq 0\}$.0

1.9.- Es continua en $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid xy < 0,\ z \neq 0\} \cup$
$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid xy > 0, x^2 + z^2 + x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}\} \cup$
$\{(0,0,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2 = 2\pi k\ k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

1.10.- Es continua en $\mathbb{R}^2$.

1.11.- Es continua en $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.

1.12.- Es continua en $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \neq 0\}$.

1.13.- Es continua en $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.

1.14.- Es continua en $\mathbb{R}^2$.

1.15.- Es continua en $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.

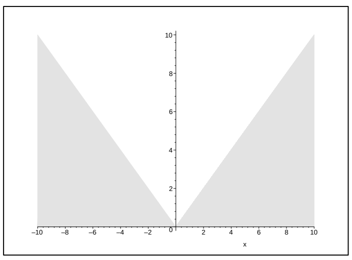
1.16.- Es continua en $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \neq y\}$.

Ejercicio 2 El límite a lo largo de las rectas $x = \lambda y$ es $\dfrac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 + 1}$ y a lo largo de la recta $y = 0$, es 1.

No es posible definir $f(0,0)$ para obtener la continuidad en el origen.

Ejercicio 3

3.1.- Dom $(f) = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > 0,\ -1 \leq \dfrac{y}{x} \leq 1,\ x \neq 0\right\}$.



3.2.- Un límite iterado es 0 y el otro no existe.

El límite a lo largo de las rectas $y = \lambda x$ es 0; alo largo de la recta $x = 0$ no existe.

3.3.- El límite es 0.

3.4.- Es continua en $\left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > 0, -1 \leq \dfrac{y}{x} \leq 1,\ x \neq 0\right\}$

Ejercicio 4

4.1.- Es continua en $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.

4.2.- La función f cuando $x, y \neq 0$ se puede escribir como $\dfrac{1}{1 + \left(\dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{x}\right)^2}$. Es fácil ver que entonces $0 \leq f(x, y) \leq 1$ para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

4.3.- Los puntos $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ y $\left(\dfrac{-1}{\sqrt{2}}, \dfrac{-1}{\sqrt{2}}\right)$ alcanzan el máximo.

Ejercicio 5 $f(x, y) = \begin{cases} xy\mathrm{sen}\left(\dfrac{1}{x}\right)\mathrm{sen}\left(\dfrac{1}{y}\right) & \text{si} \quad xy \neq 0 \\ 0 & \text{si} \quad xy = 0 \end{cases}$

Ejercicio 6 Es continua en $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.

Ejercicio 7 Tiene un mínimo absoluto, pero no posee máximo.

Ejercicio 8 Es continua en $\mathbb{R}^2$.

Ejercicio 9

9.1.- Es continua en $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.

9.2.- $f(M)$ es compacto.

9.3.- f alcanza extremos absolutos sobre M.