

## CONSTRUCCIÓN DE MODELOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

1. **Producción de gasolinas.** Una compañía de petróleos produce tres tipos de gasolinas: súper, normal y eurosuper. Se obtienen por mezcla de tres calidades de crudos (A, B, C) que contienen tres componentes (1, 2, 3). La participación de estos componentes en la composición de cada crudo es

	1	2	3
A	80 %	10 %	5 %
B	45 %	30 %	20 %
C	30 %	40 %	25 %

Las especificaciones de los tres tipos de gasolinas son

	1	2	3
Súper	$\geq 60 \%$	$\leq 25 \%$	$\geq 10 \%$
Normal	$\geq 50 \%$	$\leq 30 \%$	$\leq 15 \%$
Euro	$\leq 40 \%$	$\geq 35 \%$	$\geq 20 \%$

Los costes por barril de crudos A, B y C son 650, 500 y 450 ptas, respectivamente. El presupuesto diario de compra es de 50 millones de ptas; la disponibilidad diaria de crudos B y C se limita, respectivamente, a 3000 y 7000 barriles. Ciertos acuerdos obligan a comprar al menos 2500 barriles de A por día. Las demandas de gasolina súper y normal son de 2000 y 2500 barriles diarios, que deben satisfacerse. La compañía desea maximizar la producción de gasolina euro.

Formular un modelo de programación lineal que dé respuesta al problema planteado por la compañía.

AYUDA: tomar  $x_{ij}$  la cantidad de crudo tipo  $i$  dedicado a gasolina tipo  $j$ .

2. **Planificación de la producción.** Una empresa produce filtros para monitores de ordenador formados por tres capas, una intermedia de calidad A y otras dos exteriores de calidad B que envuelven a la anterior. Ambas calidades se consiguen con diferentes mezclas de fibra de vidrio y resina de las que el fabricante dispone por semana de 700 y 900 t, respectivamente. La empresa posee cuatro plantas de producción que utilizan procedimientos que difieren en las cantidades de materia prima que utilizan. Las cantidades necesarias de materia prima por operación para cada planta que se pueden llevar a cabo total o parcialmente, así como el número de capas producidas de uno y otro tipo, se tienen en la tabla

Planta	t requeridas por operación		Capas producidas por operación	
	Vidrio	Resina	Tipo A	Tipo B
1	15	19	2	5
2	14	20	3	7
3	16	15	5	4
4	12	18	4	4

Formular un modelo de programación lineal para determinar el número de operaciones a realizar en cada planta de manera que sea máximo el número total de filtros fabricados.

AYUDA: tomar  $x_i$  el número de operaciones que se realizan semanalmente en la planta  $i$ .

3. **Control de la producción de alimentos.** Un alimento se produce mediante refinado y mezcla de 5 tipos de sustancias líquidas de dos clases: artificiales (a1, a2) y naturales (n1, n2, n3). Cada sustancia puede adquirirse para reparto inmediato o futuro. La tabla da los precios ( $\times 10^2$  ptas.) por t de las sustancias para el primer semestre del año entrante

	a1	a2	n1	n2	n3
Enero	130	140	150	130	135
Febrero	150	150	130	110	135
Marzo	130	160	150	120	115
Abril	140	130	140	140	145
Mayo	120	140	170	130	125
Junio	110	120	160	100	155

El precio de venta del producto es de 17000 ptas por t. A lo sumo, se pueden refinar 320 t de sustancias artificiales y 350 t de sustancias naturales por mes. El proceso de refinado se realiza sin pérdida de peso y sin coste. Además se pueden almacenar hasta 1360 t de cada sustancia para su posterior uso, con coste de almacenamiento de 600 ptas. por t y mes. No es posible almacenar el alimento ni las sustancias refinadas. Existe, además, una restricción tecnológica sobre la dureza del alimento que debe estar entre 5 y 7 unidades. Se supone que las durezas de las sustancias se mezclan linealmente siendo éstas

a1	a2	n1	n2	n3
9.5	7.1	3.4	5.2	4.8

Se comienza con un inventario de 730 t de cada sustancia y se desea disponer de ese mismo inventario al final de junio. Formular un modelo de programación lineal cuya solución dé la política de compra y producción de máximo beneficio, suponiendo que se venden las sustancias refinadas.

AYUDA: tomar  $a_{ij}$  la cantidad de sustancia  $i$  almacenada al final del mes  $j$ ,  $c_{ij}$  la cantidad de sustancia  $i$  adquirida al final del mes  $j$  y  $r_{ij}$  la cantidad de sustancia  $i$  refinada al final del mes  $j$ .

4. **Planificación de compra de crudos.** Una refinera produce gasolinas super y plus. Estas gasolinas difieren únicamente en la cantidad que poseen de dos aditivos a y b. Para cumplir las normas vigentes, la gasolina super debe tener al menos 35% de a y, como mucho, un 60% de b; la plus debe tener al menos un 30% de a y, a lo sumo, un 55% de b. La refinera adquiere crudo de Arabia con una calidad del 20% de a y 70% de b, y crudo de Venezuela con calidad 50% de a y 35% de b. Los costes por barril son de 22 dólares para el crudo de Arabia y 24 para el de Venezuela. Se sabe que la demanda semanal es de 600000 barriles de gasolina super y 400000 de plus, que hay que satisfacer. Construir un modelo de programación lineal que permita conocer cuántos barriles son necesarios para que la factura del crudo sea lo menor posible.

AYUDA: tomar  $a_{ij}$  el número de barriles de la gasolina tipo  $i$  que se compran al país  $j$ .

5. **Planificación de una fábrica.** Una empresa de productos informáticos fabrica cinco tipos de teclados denominados T1, T2, T3, T4, T5. Utiliza para ello las siguientes máquinas: 3 soldadoras, 2 tornos, 3 pulidoras, 1 ensambladora y 2 limadoras. Cada teclado requiere en el proceso de fabricación ciertos tiempos de producción (en horas) en la utilización de las distintas máquinas y lleva un beneficio asociado (en miles de ptas.) como se indica en la tabla

	T1	T2	T3	T4	T5
Soldadora	.3	.4	.5	.2	.35
Torno	.02	.03	-	.11	.09
Pulidora	.5	.6	.4	.43	.3
Ensambladora	.1	.13	.15	.09	.12
Limadora	.02	.1	.04	.05	.06
Beneficio	3	3.7	4.2	5.1	3.9

Sabemos que del conjunto de máquinas que estarán en mantenimiento 1 soldadora en el mes de julio y 2 pulidoras en el mes de agosto. Los límites superiores de demanda en el mercado para cada tipo de teclado son

	TE1	TE2	TE3	TE4	TE5
Julio	800	2000	700	900	1300
Agosto	500	1500	300	450	550

La empresa dispone de capacidad para tener un inventario de hasta 650 teclados con coste de 300 ptas./u. No hay inventario en la actualidad, pero les gustaría disponer de 125 unidades de cada tipo al final de julio y ninguna en agosto. La empresa opera 24 días al mes, 16 horas al día. Formular un programa lineal cuya solución sugiera qué deben producir durante estos dos meses para maximizar beneficios.

AYUDA: tomar  $p_{ij}$  la cantidad de teclado tipo  $i$  producida en el mes  $j$ ,  $v_{ij}$  la cantidad de teclado tipo  $i$  vendida en el mes  $j$  y  $a_{ij}$  la cantidad de teclado tipo  $i$  acumulados en el mes  $j$ .

6. Formalizar el modelo asociado al siguiente problema de programación lineal.

Una floristería produce dos tipos de ramos diferentes los que están compuestos de claveles y los de rosas. El ramo de claveles necesita 1 minuto para su recolección y 2 para su composición final, mientras que el de rosas requiere 3 minutos para su recolección y 1 para su composición. El número de minutos de disponibles durante el día es de 300 y 200 minutos para la recolección y finalización de ramos, respectivamente. Los costes de fabricación son de 20 y 30 pesetas respectivamente por ramo de clavel y rosa. La compañía pretende optimizar el proceso productivo con el fin de maximizar sus beneficios.

7. Formalizar el modelo asociado al siguiente problema de programación lineal.

Una floristería produce dos tipos de ramos diferentes, el primaveral (A) y la especialidad de la casa (B). Ambos ramos están compuestos de claveles y de rosas. En el almacén hay 100 claveles y 200 rosas que tiene que utilizar pues sino se marchitan, y han recibido 200 claveles y 300 rosas recién cortadas. El ramo A está compuesto de un 40 % de rosas y otro 60 % de claveles; en cambio el B un 30 % de claveles y un 70 % de rosas. Cada rosa cuesta 30 pesetas y cada clavel 20. La floristería pretende optimizar el proceso productivo con el fin de maximizar sus beneficios.