PROBLEMAS DE FUNCIONES VECTORIALES EN VARIABLE VECTORIAL

1.- Hallar el dominio e imagen de las siguientes funciones.

1) $f_1(x,y) = \log(x+y-1)$.

2) $f_2(x,y) = \dfrac{x+y}{\sqrt{|x|+|y|}}$.

3) $f_3(x,y) = \dfrac{x+y}{\sqrt{x+y}}$.

4) $\overline{f}_4(x,y,z) = (e^{x^2+y^2+z^2}, \text{sen}(x+y+z))$.

5) $f_5(x,y,z) = \text{arccos}(x,y,z)$.

6) $f_6(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2+3z^2-1}$.

7) $\overline{f}_7(x,y,z) = \left(xe^{\frac{y}{z}}, \sqrt{(x^2-1)(y^2-z^2)} \right)$.

8) $f_8(x,y,z) = \log(yz) - x$.

9) $f_9(x,y,z) = \dfrac{1}{x}$.

2.- Se definen las *curvas de nivel* de una función $g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ correspondiente al valor $c \in \mathbb{R}$ el conjunto $\Gamma_c = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid g(x,y) = c\}$. Dibujar las curvas de nivel de las siguientes funciones.

1) $g_1(x,y) = xy$ para $c = -1, 1$.

2) $g_2(x,y) = \log(x-y)$ para $c = 0, 1$.

3) $g_3(x,y) = \begin{cases} y & \text{si } x \leq 0 \\ y-x & \text{si } x > 0 \end{cases}$ para cualquier c.

4) $g_4(x,y) = \dfrac{x^2}{x^2+y^2}$ sobre $c \in [0,1]$, se recomienda utilizar coordenadas polares.

3.- Hallar la función compuesta en los siguientes casos.

1) $\overline{g}_1 \circ f_1$ donde $f_1(x,y) = x^2+y^2$ y $\overline{g}_1(t) = (t, t^2)$.

2) $g_2 \circ \overline{f}_2$ donde $g_2(x,y) = xy$ y $\overline{f}_2(x,y) = (x+y, x-y)$.

3) $g_3 \circ \overline{f}_3$ donde $g_3(x,y) = \dfrac{2xy}{x^2+y^2}$ y $\overline{f}_3(x,y) = \left(2, \dfrac{x}{y}\right)$.

4.- Hallar las funciones $f(x)$ y $g(x,y)$ que verifican $f(x-y)+g(x,y)=x+y$ y $g(0,x)=x^2$.

5.- Dada la función $f:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x,y)=xy\text{sen}\left(\frac{1}{x}\right)\text{sen}\left(\frac{1}{y}\right)$. Calcular su dominio.

6.- Dada $g:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x,y)=\sqrt{f(x,y)}$, siendo $\overline{f}:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $\overline{f}(x,y)=x^2y^2-x^3y$. Calcular su dominio.

7.- Sea $g:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(u,v)=vu^2+v^2$ y $\overline{f}:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $\overline{f}(x,y)=(f_1(x,y),f_2(x,y))$ con $u=f_1(x,y)=x^2+2y$ y $v=f_2(x,y)$ definida implícitamente por $x^3+v^3-3y^2v=0$. Calcular $(gof)(1,0)$.

8.- Relacionar las siguientes funciones con sus gráficas. Razonar la elecci ón.

1) $f_1(x,y)=|x|+|y|$.

2) $f_2(x,y)=sen(|x|+|y|)$.

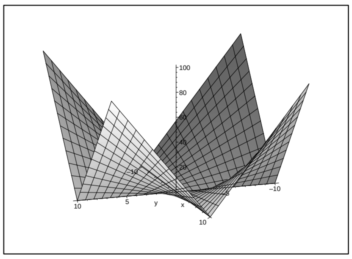
3) $f_3(x,y)=|xy|$.

4) $f_4(x,y)=(x-y)^2$.

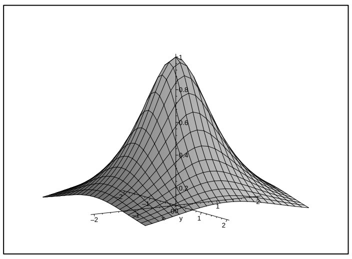
5) $f_5(x,y)=(x^2-y^2)^2$.

6) $f_6(x,y)=\dfrac{1}{1+x^2+y^2}$.

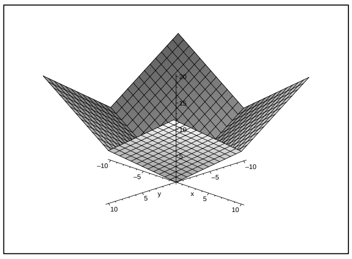
a)



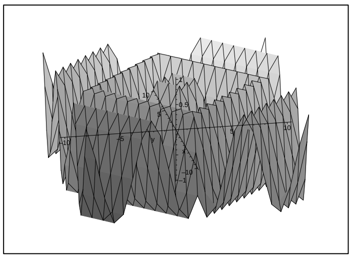
b)



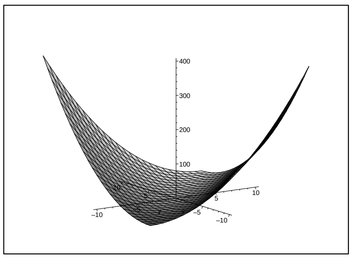
c)



d)



e)



f)