ALGORITMO DEL SIMPLEX

Dado un problema de minimización de programación lineal en forma estandar, encontraremos una solución óptima.

ALGORITMO

INPUT: Dado un PPL

$$\begin{array}{lrl} min & z & = \sum c_i x_i \\ s.a. & A\overline{x} & = \overline{b} \\ & & x_1, \ldots, x_n \geq 0 \end{array}$$

donde $A \in M_{m\times n}$ tiene rango m.

OUTPUT: Una solución óptima del problema.

MÉTODO DEL SIMPLEX

.

BÚSQUEDA DE SOLUCIÓN BÁSICA FACTIBLE.

Paso 1: Tomar B una submatriz $m \times m$ con inversa B^{-1}:
— Sean x_B las variables básicas, que forman la matriz B.
— Sean x_N las variables no básicas, que forman la matriz A y no están en B.

Paso 2: Sea $x_B = B^{-1}\overline{b}$.
— Si alguna variable de x_B es negativa, volver al **Paso 1**.
Si no queda ninguna matriz B por testar, el problema NO es FACTIBLE.
— En caso contrario x_B es una SOLUCIÓN BÁSICA FACTIBLE.

OPTIMALIDAD

Paso 3: Para cada x_j variable no básica calcular $z_j - c_j = c_B B^{-1} a_j - c_j$, donde
c_B es la matriz $1 \times m$ formada por los coeficientes de coste de las variables básicas.
a_j es la columna j–ésima de A.
c_j es el coeficiente de coste de la variable x_j.

Paso 4: — Si $z_j - c_j \leq 0$ para toda variable no básica, la solución es ÓPTIMA.
— En caso contrario, tomo x_k una variable con $z_k - c_k > 0$. x_k es la variable que ENTRA en la base.

MEJORA DE SOLUCIÓN

Paso 5: Calcular $\overline{y} = B^{-1}a_k = \begin{pmatrix} y_{1k} \\ \vdots \\ y_{mk} \end{pmatrix}$. Sea $x_B = \begin{pmatrix} \hat{b}_1 \\ \vdots \\ \hat{b}_m \end{pmatrix}$.

Paso 6: Si $y_{ik} \leq 0$ para todo i, entonces la solución es NO ACOTADA.
— En caso contrario, sea $x_k = \min\left\{ \dfrac{\hat{b}_i}{y_{ik}} \mid y_{ik} > 0 \right\}$.
— Sea x_i la variable básica que se corresponde con el mínimo. x_i SALE de la base.
— Sea $\hat{x}_B = x_B - \overline{y} \cdot x_k$.

Paso 7: Tenemos ahora otras variables en la base, con la nueva matriz básica B. Volver al **Paso 3**.