

Arboles de decisión

Teoría de la decisión

- Hemos estudiado las redes bayesianas como instrumento para el diagnóstico en presencia de incertidumbre.
- La idea ahora es aprovechar ese diagnóstico para decidir sobre el tratamiento a realizar
- En realidad estudiaremos la toma de decisiones en presencia de incertidumbre.

Valor esperado

- Nuestro punto de partida es el concepto de valor esperado, aplicable a *variables aleatorias*.
- Intuitivamente el valor esperado es el promedio de los valores que se obtendrían al realizar el experimento un número muy grande de veces.

Utilidad esperada

- Si cada valor representa un beneficio o una pérdida podemos considerarlo como una **utilidad**; cuanto más positiva es la utilidad, mayor es el beneficio, y cuanto más negativa es mayor es el perjuicio.
- Por lo tanto da una medida para tomar decisiones: elegiremos la opción que tenga mayor utilidad (*principio de máxima utilidad*)
- De este modo la teoría de la probabilidad nos conduce a la **teoría de la decisión**.

Utilidad esperada

- Existen dos enfoques en cuanto a la consideración de la utilidad:
 - Algunos afirman que el mejor juego era aquél que tuviera el mayor valor económico (*principio de la esperanza matemática*)
 - Bernouilli (1738) introdujo el término de utilidad como la satisfacción que experimenta un sujeto al recibir unan ganancia o una pérdida, distinguiendo así entre **valor (objetivo) y utilidad (subjetiva)**.
 - Esto hace que distintas personas tengan actitudes diferentes ante el riesgo: unas personas están más dispuestas a arriesgarse en cuestiones dominadas por el azar, mientras que otras hacen todo lo posible por evitar el riesgo.

Diagramas de influencia

- Análogamente a lo que ocurre con las redes bayesianas, un diagrama de influencia viene dado por un grafo y unas tablas.
- En el grafo pueden aparecer tres tipos de nodos:
 - **Variables aleatorias**, que se representan por círculos
 - **Decisiones**, que se representan por cuadrados o rectángulos
 - **Utilidad**, que se representan por rombos.
- Cada nodo aleatorio lleva asociado una tabla de probabilidad condicional dados sus padres (que pueden ser tanto aleatorios como de decisión)

Diagramas de influencia

- El significado de cada enlace viene dado por la naturaleza de los nodos que une:

Destino/Origen	Variable aleatoria X	Decisión D1
Variable aleatoria Y	X influye causalmente de forma directa sobre Y	La decisión D1 influye directamente sobre Y
Decisión D2	Al decidir D2 se conoce ya el valor que ha tomado X	La decisión D1 se toma antes que D2
Utilidad U	El valor que toma X influye directamente en la utilidad	La decisión D1 influye directamente en la utilidad

Arboles de decisión

- **Se compone de:**
 - Un nodo raíz, que puede ser aleatorio o de decisión
 - Cada nodo (excepto el nodo de utilidad) tiene varios hijos, uno por cada valor de la variable asociada al nodo
 - Gráficamente el nodo raíz se representa a la izquierda, y los hijos de cada nodo a la derecha de su padre, siguiendo un orden temporal en las acciones; por tanto los nodos de utilidad aparecen en el extremo de la derecha.

Arboles de decisión

- **Se compone de:**
 - Los nodos aleatorios se representan por círculos, y los de decisión por cuadrados.
 - Los enlaces que parten de un nodo aleatorio X llevan asociada una probabilidad condicional $P(x|izq(x))$, donde $izq(x)$ representa los valores que toman los nodos situados a la izquierda de X en el árbol.

De un diagrama de influencia a un árbol de decisión

- **Para representar un árbol de decisión se deben seguir las siguientes reglas:**
 - **Regla 1:** A la derecha del todo debe aparecer el valor de la utilidad para cada rama.
 - **Regla 2:** Si la Decisión D1 se toma antes que D2, el nodo D1 debe aparecer a la izquierda del nodo D2.
 - **Regla 3:** Las variables cuyo valor se conoce antes de tomar la decisión D, han de aparecer a la izquierda del nodo D en el desarrollo del árbol; las que no se conocen al decidir D, aparecerán a la derecha.
 - **Regla 4:** De las dos reglas anteriores se deduce que, si el valor de la variable X se conoce después de la Decisión D1 y antes de la D2, el nodo X debe aparecer entre D1 y D2.

Evaluación de un árbol de decisión

- La evaluación de un árbol de decisión se realiza siempre de derecha a izquierda.
- La utilidad asociada a cada rama y a cada nodo se calcula teniendo en cuenta que:
 - La utilidad correspondiente a un nodo aleatorio X en el árbol de decisión es el promedio de todas las ramas que parten de X , ponderado por la probabilidad (recordemos que hay una rama por cada valor x de X):

$$U_x(\text{izq}(x)) = \sum_x U(x|\text{izq}(x)) * P(x|\text{izq}(x))$$

Evaluación de un árbol de decisión

- **La utilidad correspondiente a un nodo de decisión D es el máximo de las utilidades de sus ramas**
 - La decisión óptima para este nodo es el valor D correspondiente a la rama de mayor utilidad.

$$U_D(\text{izq}(d)) = \max_d U(d|\text{izq}(d))$$