



Ejercicios de redes bayesianas

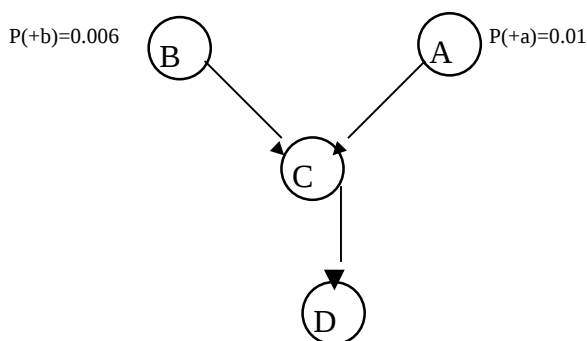
1. Sea X una variable que representa paludismo e $Y1$ representa gota- gruesa, la prueba más habitual para determinar la presencia de dicha enfermedad. Conocemos que 3 de cada mil habitantes tiene paludismo, y que cuando hay paludismo el test de la gota- gruesa da positivo en el 99,2% de los casos (sensibilidad del test), y que da negativo cuando no hay paludismo en un 99,94% de los casos (especificidad del test)
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que si el test da positivo el enfermo tenga la enfermedad?
 - b) Supongamos que añadimos un nuevo efecto, la fiebre, denotado por $Y2$. Sabemos que cuando un paciente tiene paludismo tiene fiebre en un 98% de los casos, y que cuando no tiene paludismo presenta la fiebre en un 1,7%. SI sabemos que tiene fiebre, ¿qué probabilidad hay de que tenga paludismo?
 - c) ¿Y si sabemos que tiene fiebre y el test de la gota gruesa da positivo?
 - d) Supongamos ahora que conocemos que las variables decisivas para que una persona tenga paludismo son el país de origen ($U1$) y el Rh ($U2$). $U1$ puede tener tres valores, país de alto riesgo, medio y bajo y $U2$ dos tipos de Rh, positivo y negativo. Conocemos las probabilidades a priori de que el Rh sea positivo (60%) y las personas que estudiamos provienen en un 80% de países de alto riesgo y en un 10% de países de bajo riesgo. Si conocemos a una persona que procede de un país de alto riesgo, ¿cuál es la probabilidad de que padezca la enfermedad?
2. Tenemos una población de 500 personas, cuya distribución de probabilidad de sexo y edades es la siguiente:

N (Edad)	Varón	Mujer	Total
<18	67	68	135
18 – 65	122	126	148
>65	57	60	117
TOTAL	246	254	500

Realizamos un experimento que consiste en escoger a una persona mediante un procedimiento aleatorio en el que a cada una de ellas tiene la misma probabilidad de resultar elegida. Escribir una tabla en la que aparezcan las probabilidades de que una persona tenga cierta edad y cierto sexo. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona de la que sabemos que es mujer tenga más de 18 años?



3. En un congreso científico regional participan 50 representantes de 3 universidades: 23 de la primera, 18 de la segunda y 9 de la tercera. En la primera universidad, el 30% de los profesores se dedican a las ciencias, el 40% a la ingeniería, el 25% a las humanidades y el 5% a la economía. Para la 2ª universidad los porcentajes son 25, 35, 30 y 10 y para la 3ª 20, 50, 10 y 20. A la salida del congreso nos encontramos con un profesor. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la 3ª universidad? ¿Y si sabemos que es de economía?
4. Consideremos la siguiente red causal:



Los datos que conocemos son:

$P(+c a, b)$	+a	-a
+b	0.99	0.9
-b	0.8	0.001

Y

$P(+d c)$	+c	-c
+d	0.99	0.9



Calcular :

- a) $P(+a | +c, -b)$
- b) $P(+c | +d)$
- c) $P(+c | +d, +a, -b)$

NOTA: Suponed separación direccional, es decir, se cumple lo siguiente:

$$P(d | c, a) = P(d | c, b) = P(d | c, a, b) = P(d | c)$$

$$P(a | b) = P(a)$$

5. Supongamos que para detectar cierta enfermedad, hacemos un test. Definimos tres variables:

E = presencia de la enfermedad, que toma los valores

e1= la persona padece la enfermedad

e2= la persona no padece la enfermedad

T = resultado del test, que toma los valores

t1= el resultado del test es positivo.

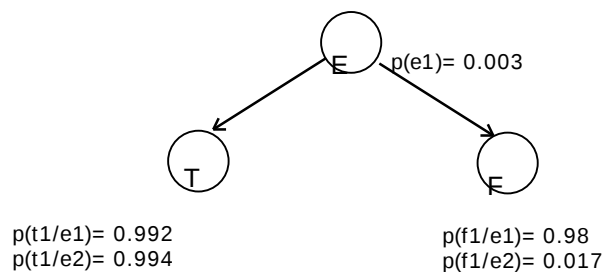
t2= el resultado del test es negativo.

F = presencia de fiebre en el enfermo, que toma los valores

f1= el enfermo tiene fiebre.

f2= el enfermo no tiene fiebre.

Entre las variables establecemos una relación de influencia causal;



Se pide;

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona cuyo test de positivo padezca la enfermedad?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que padezca la enfermedad tenga fiebre?

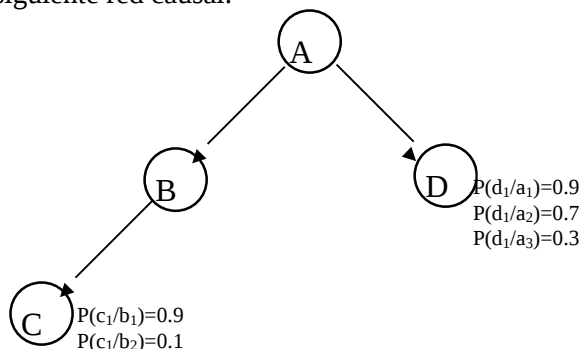
6. Cuando el profesor de Física Cuántica corrige los exámenes, se encuentra con que la gran mayoría de los alumnos tienen sobresaliente, y comienza a pensar en la posibilidad de que el enunciado del examen fuese sustraído de su despacho antes de la realización del mismo. A priori concede una certeza del 80% a dicha hipótesis, pero intenta también tener en cuenta otras informaciones que tiene disponibles y que son las siguientes:



- Cree recordar (con un 80% de certeza) que un par de días antes del examen se ausentó de su despacho durante dos horas olvidando cerrarlo con llave. Si el despacho quedó abierto, cree que hay una posibilidad del 65% de que el examen fuese sustraído.
- El alumno H ha sacado un diez, no habiendo pasado nunca en las anteriores convocatorias del 0,5. En vista de esto, cree que hay un 70% de posibilidades de que el examen fuese sustraído.
- El examen estaba guardado bajo llave en su mesa y la cerradura presenta algunos arañazos, basándose en los cuales asigna una certeza de 0,5 a que la cerradura **no** haya sido forzada. Si la cerradura no fue forzada, cree que el examen no ha sido sustraído con una certeza del 95%.

a) Construir una red bayesiana que represente éste conocimiento y escribe todos los datos que puedas extraer del enunciado.

7. Consideremos la siguiente red causal:



donde las variables son:

A = edad, que toma los valores a_1 = joven, a_2 = medio, a_3 = viejo.

B = nivel de ingresos, que toma los valores b_1 = alto, b_2 = bajo.

C = nivel de vida, que toma los valores c_1 = bueno, c_2 = malo.

D = salud, que toma los valores d_1 = buena, d_2 = mala.

Se pide:

Sabiendo que de cada millón de personas 300.000 son jóvenes, y que de éstos, 1 de cada 10 tienen un nivel de vida alto, que de cada millón 200.000 son viejos, y que de éstos son dos de cada 10 los que tienen un nivel de vida alto y que 3 de cada 10 personas con edad media tienen un nivel de vida alto:

a) Actualizar las probabilidades sabiendo que la variable nivel de ingresos ha tomado el valor bajo. ¿Qué tipo de razonamiento es?

b) ¿Qué variables son independientes y cuáles están correlacionadas? Y si agregamos dos variables, el peso, la tensión arterial y el riesgo de sufrir infartos. ¿Son variables independientes? Dibuje una red bayesiana que refleje éstas variables.

NOTA: Analiza todos los resultados obtenidos.



8. Supongamos el problema de diagnosticar una enfermedad D que puede dar origen a la aparición de un síntoma S o a un signo radiológico R. Cada una de éstas 3 variables pueden tomar 2 valores, presente o ausente. Conocemos los siguientes datos:

$$P(+d)=0.01$$

$$P(+s \mid +d)=0.92$$

$$P(+r \mid +d)=0.98$$

Calcular:

- Diseñar la red bayesiana escribiendo todos los datos que puedas extraer del enunciado.
 - Calcular la probabilidad de que sabiendo que el paciente presenta dicho síntoma padezca a su vez la enfermedad
 - Calcular la probabilidad de que sabiendo que el paciente no presenta el signo radiológico en cambio sí padezca la enfermedad
9. Imagina que te encuentras con el señor Dickens en una fiesta organizada por el club Pickwick a la que únicamente pueden asistir miembros de ese club o personas que aunque no sean de ese club sean profesores universitarios, hombres de negocios y abogados. La probabilidad de que un profesor universitario, dado lo ocupado que siempre suelen estar y lo poco que les suelen gustar estos acontecimientos, pueda ir a la fiesta es de un 13%, mientras que la probabilidad de que un abogado, debido al tiempo para el ocio que le deja su profesión vaya, es del 87%. Sabemos que dos de cada tres personas son abogados, y el resto se reparte entre profesores universitarios y hombres de negocios a partes iguales, y que sólo un 2% de la población pertenece al Club Pickwick. ¿Cuál es la probabilidad de que el señor Dickens sea un profesor universitario? Modela este problema con una red bayesiana.