

# Módulo 1: Mecánica

## Sólido rígido. Rotación

1

## Movimiento de rotación

En Física distinguimos entre dos tipos de movimiento de objetos:

- Movimiento de traslación (desplazamiento)
- Movimiento de rotación (cambio de orientación respecto a un eje)

Hasta ahora hemos visto el movimiento, y hoy hablaremos sobre rotación.

2

## Movimiento circular

**Velocidad angular  $\omega$ :** Se mide en revoluciones por segundo (rps)

Se define como  $\omega = d\theta/dt$  (variación de la posición angular respecto al tiempo)

En un movimiento circular uniforme,  $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$

**Velocidad tangencial:** Distancia lineal recorrida por segundo (m/s)

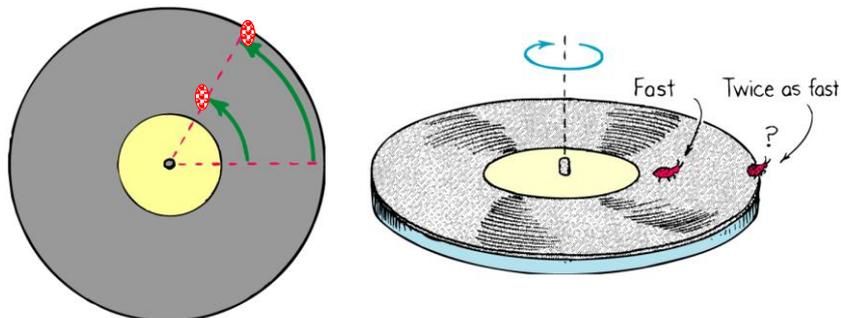
Se relacionan entre ellas por

$$v = r \cdot \omega$$

3

## Movimiento circular

Misma velocidad angular  
Velocidades tangenciales diferentes



4

## Inercia

Ya vimos que la masa da una medida de la inercia para el movimiento lineal.



El momento de inercia o inercia rotacional es un concepto similar para la rotación.



5

## Momento de Inercia

- La primera ley de Newton para el movimiento rotacional:
- Un objeto que gira en torno a un eje tiende a permanecer girando alrededor de ese eje, a menos que interfiera alguna influencia externa
- Los cuerpos que giran tienden a permanecer girando, mientras que los que no giran tienden a permanecer sin girar
- Dicho de otro modo, cuanto mayor es el momento de inercia, más difícil es cambiar el estado de rotación de ese objeto
- Esta propiedad se llama inercia rotacional o **Momento de Inercia**

6

## Momento de Inercia

El momento de inercia (o momento rotacional) depende de:

- La masa del objeto
- La distribución de la masa

Cuanto más lejos esté el grueso de la masa del objeto del eje de rotación, mayor es el momento de inercia.

De hecho, el momento de inercia  $I$  es proporcional a la masa y al cuadrado de la distancia al eje:

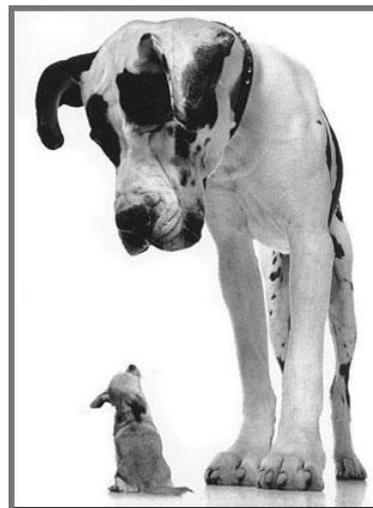
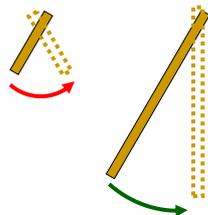
$$I = m \cdot r^2$$

7

## Ejemplo: Patas largas

Las patas largas tienen mayor momento de inercia que las cortas.

Por eso los animales con patas más cortas pueden dar pasos más rápidos.



8

## Ejemplo: Una carrera...

Dos sistemas formados por dos discos unidos con varillas

Los dos tienen la misma masa pero uno tiene las varillas más cerca del centro, mientras que el otro las tiene más cerca del borde

Si lanzamos las dos por una rampa, ¿cuál ganará la carrera?

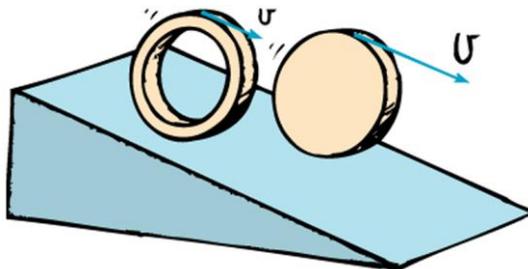


Ganadora, porque tiene menor momento de inercia, y por lo tanto le cuesta menos girar.

9

## Ejemplo: Anillo y disco

¿Quién ganará la carrera, el anillo o el disco macizo?



El anillo tiene mayor momento de inercia (su masa está más separada del eje) por lo que su inercia rotacional es mayor en relación a su masa.

10

## Cálculo del momento de inercia

- Para sistemas discretos:

$$I = \sum_i m_i \cdot r_i^2$$

11

## Energía cinética de rotación

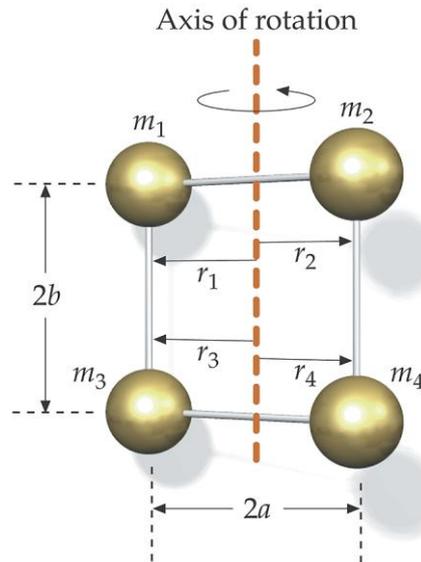
- Como  $v_i = r_i \omega$ , la energía cinética de rotación de un objeto compuesto por múltiples partículas es:

$$E_c = \sum_i \left( \frac{1}{2} m_i v_i^2 \right) = \sum_i \left( \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2 \right) = \frac{1}{2} \sum_i (m_i r_i^2) \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

12

## Energía cinética de rotación

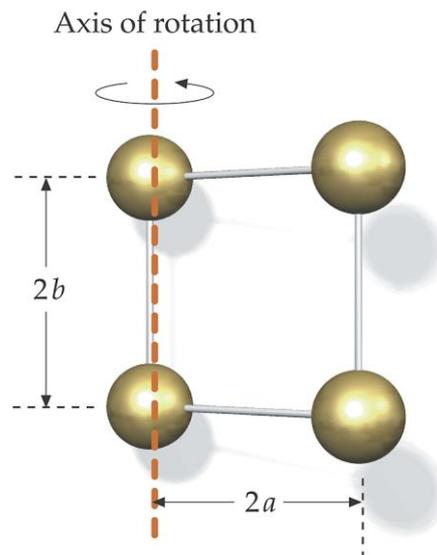
### ■ Ejemplo: Ej. 1 hoja 6



13

## Energía cinética de rotación

### ■ Ejemplo: Ej. 2 hoja 6



14

## Cálculo del momento de inercia para sistemas continuos

- El cálculo del momento de inercia para el caso de sistemas continuos debe realizarse mediante la siguiente ecuación:

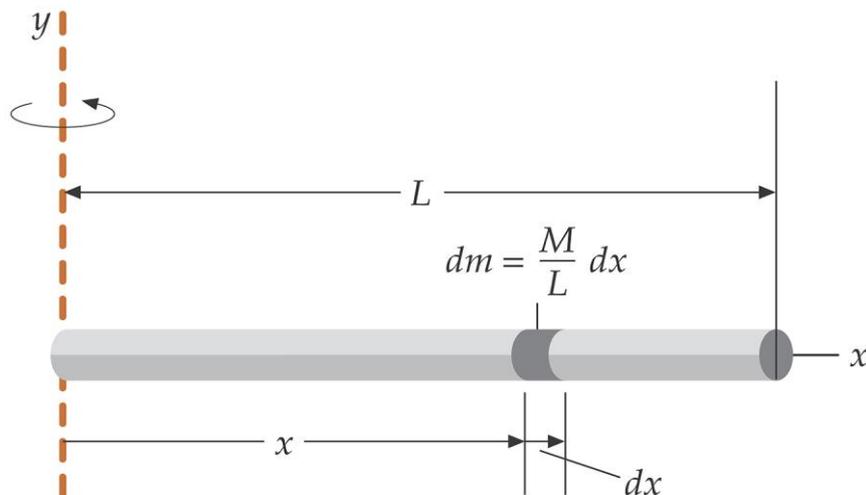
$$I = \int r^2 dm$$

siendo  $r$  la distancia al eje de rotación del elemento de masa  $dm$

15

## Cálculo del momento de inercia de una varilla

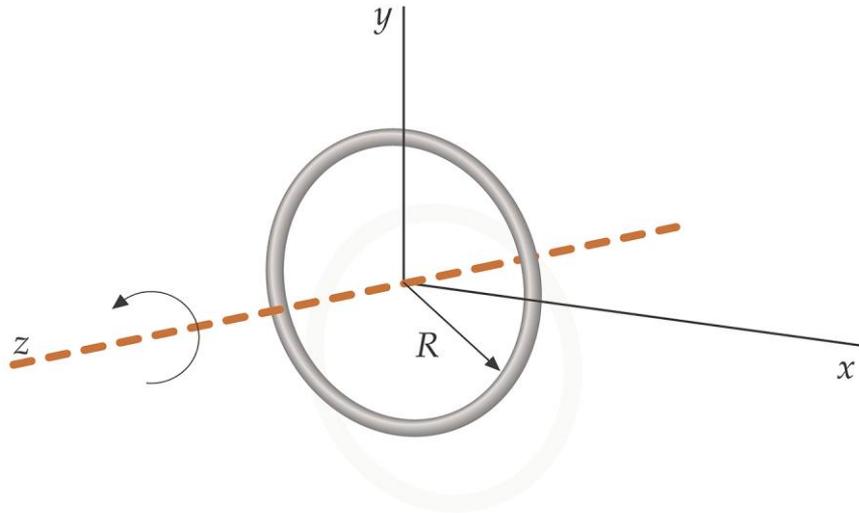
- Ejemplo. Ej. 3 hoja 6.



16

## Cálculo del momento de inercia de un anillo

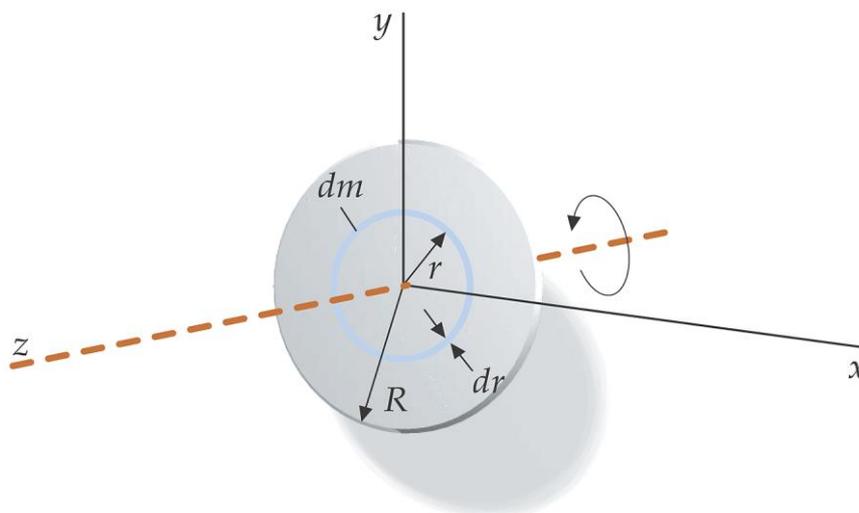
■ Ejemplo. Ej. 4 hoja 6.



17

## Cálculo del momento de inercia de un disco

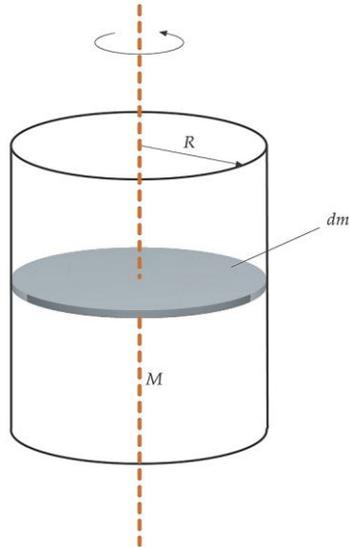
■ Ejemplo. Ej. 5 hoja 6.



18

## Cálculo del momento de inercia de un cilindro

■ Ejemplo. Ej. 6 hoja 6.

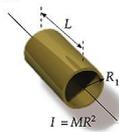


19

## Cálculo del momento de inercia para sistemas continuos

**Table 9-1** Moments of Inertia of Uniform Bodies of Various Shapes

Thin cylindrical shell about axis



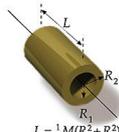
$$I = MR^2$$

Solid cylinder about axis



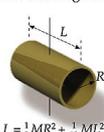
$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

Hollow cylinder about axis



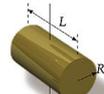
$$I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$$

Thin cylindrical shell about diameter through center



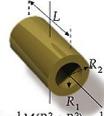
$$I = \frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{12}ML^2$$

Solid cylinder about diameter through center



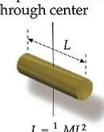
$$I = \frac{1}{4}MR^2 + \frac{1}{12}ML^2$$

Hollow cylinder about diameter through center



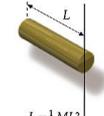
$$I = \frac{1}{4}M(R_1^2 + R_2^2) + \frac{1}{12}ML^2$$

Thin rod about perpendicular line through center



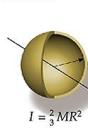
$$I = \frac{1}{12}ML^2$$

Thin rod about perpendicular line through one end



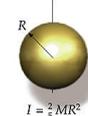
$$I = \frac{1}{3}ML^2$$

Thin spherical shell about diameter



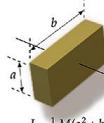
$$I = \frac{2}{3}MR^2$$

Solid sphere about diameter



$$I = \frac{2}{5}MR^2$$

Solid rectangular parallelepiped about axis through center perpendicular to face



$$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$$

\*A disk is a cylinder whose length  $L$  is negligible. By setting  $L = 0$ , the above formulas for cylinders hold for disks.

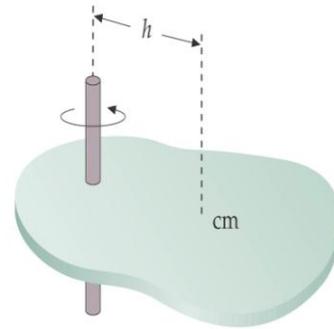
20

## Teorema de los ejes paralelos

- Relaciona el momento de inercia respecto a un eje que pasa por el centro de masas (que suele ser conocido o fácil de calcular) con el momento de inercia respecto a otro eje que es paralelo al primero.

$$I = I_{cm} + M h^2$$

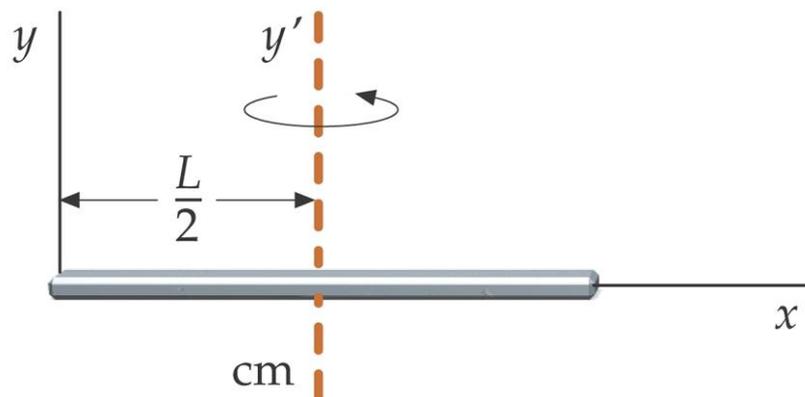
siendo  $M$  la masa total del objeto,  
y  $h$  la distancia entre los dos ejes.



21

## Teorema de los ejes paralelos

- Ejemplo: Ej. 7 hoja 6.



22